БОШЛАНҒИЧ БЕРИЛГАНЛАРИ ТАҚСИМЛАНГАН ГИПЕРБОЛИК ТЕНГЛАМА УЧУН ТЎҒРИ ВА ТЕСКАРИ МАСАЛА

Юлдашева Ёкутхон Носировна
Фарғона давлат университети, 1-босқич магистранти.

Сулаймонова Ойгул Абдуғаффор қизи
Фарғона давлат университети, 1-босқич магистранти.

Кучкарова Максудахон Расулжон қизи
Фарғона давлат университети, 1-босқич магистранти.

yuldashevashukrona@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Мазкур ишда бошланғич берилганлари тақасимланган гиперболик тенглама учун тўғри ва тескари масалалар ўргилган. Тўғри масала учун топилган формуладан фойдаланиб тескари масалани ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган. Масала ечимини мавжудлиги интеграл тенгламалар усули билан, ягоналиги – эса Гронуолла леммасига асослангиб исботланган.

Калит сузлар: *Даламбер формуласи, Коши масаласи, абсолют ва текис яқинлашувчи, Гронуолла леммаси, биржинсли тенглама тўғри ва тескари масала.*

КИРИШ

Замонавий математикада барча масалалар шартли равишда коррект (тўғри) ва нокоррект қўйилган бўлади. Биринчи марта тескари ва нокоррект қўйилган масалалар XX асрнинг биринчи ярмида пайдо бўлди. Масаланинг корректлиги ва нокорректилиги тушунчаларини киритган Ж.Адамар нокоррект масалалар физик маънога эга эмаслигини, яъни бирор қўлланиладиган масалани тавсифловчи тенглама нокоррект бўлса, бу масала сунъий (нореал) ёки математик жиҳатдан етарлича тавсифланмаган бўлади деб хулоса берган.

Япон олимларининг ишларида гиперболик турдаги тенгламалар ва изотропик Ламе тенгламалар системаси учун тескари масалалар ўрганилган бўлиб, бу ишларда Карлеман баҳолашларидан фойдаланиб, тескари масалалар ечимининг глобал Липшиц кўринишидаги турғунликлари баҳолашлари ўрнатилган. Параболик ва гиперболик тенгламалар учун тескари масалалар ечимининг ягоналиги ва турғунлиги билан В.М. Исаков шуғулланган.

АДАБИЁТЛАР ТАҲЛИЛИ ВА МЕТОДОЛОГИЯ

Физика ва геофизиканинг муҳим масалаларини ечишда бошланғич берилганлари тақасимланган гиперболик тенглама учун тўғри ва тескари масалалар катта аҳамиятга эга. Бунда бошланғич шартли масала ечимининг ягоналиги коеффициентлари аналитик бўлмаган ҳолларда 1938 йилда Т.Карлеман томонидан ўрганилган. Кейинчалик бу йўналиш М.М.Лаврентъев, Л.Ниренгберг, Л.Хёрмандер ва бошқалар томонидан ривожлантирилган. Бу соҳада ватанимиз олимларининг олган натижалари муҳим. А.К. Уринов ва унинг шогирдлари тўғри ва тесвкари масалалар бўйича олган натижалари ҳамда Ш.Ярмухамедов томонидан у тузган Карлеман функцияси асосида бир қанча коррект бўлмаган масалалар ечими регуляризацияси (тақрибий ечими) топилган. А.Ҳайдаровнинг ишларида гиперболик турдаги дифференциал тенгламалар учун карлеман баҳолашлари қурилган ва бу баҳолашлардан фойдаланиб ногиперболик Коши масаласи учун тўғри ва тескари масалалар ечимининг ягоналиги ва Гёлдер турдаги турғунлик баҳолашлари топилган. Гиперболик тенгламалар учун тўғри ва тесчкари масалалар [5-12] ишларда ўрганилган.

НАТИЖАЛАР

Тор тебраниш тенгламаси учун Коши масаласи берилган булсин.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)=F(x,t),\quad x\in R,\ t>0, \tag{1}$$

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x),\quad x\in R, \tag{2}$$

бу ерда $F(x,t)$, $\varphi(x),\psi(x)$ - берилган фунциялар. Бу масаланинг ечими Даламбер формуласи деб аталади [1, 2]:

$$u(x,t)=\frac{1}{2}[\varphi(x-t)+\varphi(x+t)]+\frac{1}{2}\int\limits_{x-t}^{x+t}\psi(x)d\xi+$$

$$+\frac{1}{2}\int\limits_0^t d\tau\int\limits_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)}F(\xi,t)d\xi \tag{3}$$

Энди қуйидаги Коши масаласини қараймиз

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}-\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)+q(x)u(x,t)=f(x,t), \quad x\in R,\ t>0 & (4)\\ u(x,0)=\varphi(x), \quad u_t(x,0)=\psi(x), \quad x\in R, & (5)\end{cases}$$

бу ерда $f(x,t), q(x), \varphi(x), \psi(x)$ - берилган функциялар,
$u=u(x,t)$ - номаълум функция.

(4)-(5) масалани $u(x,t)$ номаълумга нисбатан чизиқли интеграл тенгламага келтириш мумкин:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u=f(x,t)-q(x)u(x,t)\equiv F(x,t)$$

(3) Даламбер формуласидан фойдаланамиз:

$$u(x,t)=\frac{1}{2}[\varphi(x-t)+\varphi(x+t)]+\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t}\psi(\xi)d\xi+$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^t d\tau\int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)}[f(\xi,\tau)-q(\xi)u(\xi,\tau)]d\xi$$

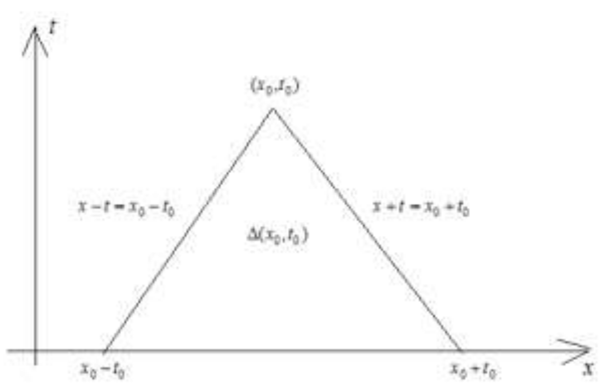
Демак (4)-(5) масаласининг ечими қуйидаги интеграл тенгламага келади:

$$u(x,t)=u_0(x,t)-\frac{1}{2}\iint_{\Delta(x,t)}q(\xi)u(\xi,\tau)d\xi, \quad (x,t)\in\Delta(x_0,t_0) \qquad (6)$$

бу ерда

$$u_0(x,t)=\frac{1}{2}[\varphi(x-t)+\varphi(x+t)]+\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t}\psi(\xi)d\xi+$$

$$+\frac{1}{2}\iint_{\Delta(x,t)}f(\xi,\tau)d\xi d\tau$$



(4) тенгламани (x_0,t_0) нуқтадан ўтувчи характеристикалари ва x ўқи билан чегараланган соҳаси $\Delta(x_0,t_0)$ билан бергилайлик.

(6) тенглама (4), (5) масалага тенг кучли ва у $\Delta(x_0,t_0)$ да ягона ечимга эга. Буни исботлан учун кетма-кет яқинлашишлар усулидан фойдаланамиз.

Ечимни ушбу

$$u(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}u_n(x,t) \tag{7}$$

қатор кўринишда излаймиз, бу ерда $u_n(x,t),\ \ n\geq 1$ қуйидаги формула орқали топилади

$$u_n(x,t)=-\frac{1}{2}\iint\limits_{\Delta(x,t)} q(\xi)u_{n-1}(\xi,\tau)d\xi d\tau,\quad (x,t)\in\Delta(x_0,t_0),\quad n\geq 1$$

(7) қаторни абсолют ва текис яқинлашувчи эканлиги кўрсатамиз. Агар $t_0>0,\ \ x_0\in R$ унда

$$\left.\begin{array}{l} q,\varphi,\psi,F\quad функциялар\quad ушбу\quad q(x)\in c[x_0-t_0,x_0+t_0],\\ \varphi(x)\in c^2[x_0-t_0,\ x_0+t_0],\ \psi(x)\in c'[x_0-t_0,\ x_0+t_0],\\ f_t\in c(\Delta(x_0,t_0))\ \ шартга\quad бажарилса\end{array}\right\} \tag{9}$$

$u_0(x,t)\in c^2(\Delta(x_0,t_0))$ бўлади. У ҳолда (8) формулада барча $u_n(x,t)\in c(\Delta(x_0,t_0))$ келиб чиқади. Қуйидаги белгилашларни киритамиз

$$U_n(t)=\max_{x_0+(t-t_0)\leq x\leq x_0-(t-t_0)}|u_n(x,t)|,\quad 0\leq t\leq t_0$$

$$\|u\|_k=\sum_{|\alpha|\leq k}\max_{(x,t)\in\Delta(x_0,t_0)}|D^\alpha u(x,t)|,\quad k=0,1,2$$

$$D^\alpha=\frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial^\alpha\cdot\partial^\alpha},\quad \alpha=(\alpha_1,\alpha_2),\quad \alpha_j=0,1,2,\quad j=1,2$$

У ҳолда (8) дан қуйидаги баҳолашлар келиб чиқади

$$U_n(t)\leq\|q\|_0\int_0^t(t-\tau)\,U_{n-1}(\tau)\,d\tau,\quad n\geq 1,\quad 0\leq t\leq t_0$$

Бу баҳолашни кетма-кет $n=1,2,...$ лар учун қўллаб, қуйидагига эга бўламиз:

$$U_n(t)\leq(\|q\|_0)^n\frac{t^{2n}}{(2n)!}\|u_0\|_0,\quad n\geq 1 \tag{10}$$

$$n=1:\ \ U_1(t)\le \|q\|_0 \int_0^t (t-\tau)\,U_0(\tau)d\tau \le$$

$$\le \|q\|_0\cdot\|u_0\|_0 \int_0^t (t-\tau)\,d\tau = \|q\|_0\cdot\|u_0\|_0\,\frac{t^2}{2}$$

$$n=2:\ \ U_2(t)\le \|q\|_0 \int_0^t (t-\tau)\,U_0(\tau)d\tau \le$$

$$\le (\|q\|_0)^2\cdot\|u_0\|_0\,\frac{1}{2}\int_0^t (t-\tau)\,\tau^2 d\tau = (\|q\|_0)^2\cdot\|u_0\|_0\,\frac{t^4}{8}$$

....

$$U_n(t)\le (\|q\|_0)^n\,\frac{t^{2n}}{(2n)!}\,\|u_0\|_0$$

Бу тенгсизликдан

$$|u_n(x,t)|\le U_n \le \|u_0\|_0\,\frac{(\|q\|_0\, t_0^2)^n}{(2n)!}$$

келиб чиқади.

Сонли қатор $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\|q\|_0\, t_0^2)}{(2n)!}$ яқинлашувчи. Шу сабабли Вейерштрасс теоремасига асосан (7) қатор $\Delta(x_0,t_0)$ да абсолют ва текис яқинлашувчи бўлади ва $\Delta(x_0,t_0)$ соҳада (6) тенглама узлуксиз ечимни беради. Бу ечим ягона, чунки

$$u(x,t) = -\frac{1}{2}\iint\limits_{\Delta(x,t)} q(\xi)u(\xi,\tau)d\xi d\tau \qquad (11)$$

биржинсли тенглама фақат тривиал ечим эга.

Ҳақиқатдан ушбу

$$U(t) = \max_{x_0-(t_0-t)\le x\le x_0+(t_0-t)} |u(x,t)|$$

белгилаш киритсак (11) дан қуйида тенгсизлик ҳосил бўлади:

$$U(t)\le \|q\|_0 \int_0^t (t-\tau)\,U(\tau)d\tau,\quad 0\le t\le t_0\,.$$

Гронуолла леммаси [3] га асосан бу тенгсизикни ечими фақат $U(t)\equiv 0$ бўлади. $|u(x,t)|\le U(t)$ дан $u(x,t)\equiv 0,\ (x,t)\in\Delta(x_0,t_0)$ келиб чиқади.

Гронуолла леммаси. Айтайлик $U(x)$ функция $[x_0, x_0+h]$ ораликда номанфий ва узлуксиз ҳамда

$$U(x) \le A + B\int_{x_0}^{x} U(t)dt, \quad \Delta \ge 0, \ B \ge 0$$

тенгсизликни қаноатлантирсин, у ҳолда

$$U(x) \le Ae^{B(x-x_0)}, \quad x \in [x_0, x_0+h]$$

Биз (6) тенгламани ягона узлуксиз ечиш мавжудлиги кўрсатдик. Энди бу ечиш $\Delta(x_0,t_0)$ соҳада иккинчи тартибланган узлуксиз хосиласи эга эканлиги ва бу соҳа $\{(4),(5)\}$ масалани ечими бўлишини кўрсатамиз. Бунинг учун (6) тенглигини қуйидагича ёзиб оламиз:

$$u(x,t) = u_0(x,t) - \frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)\left[\int_0^{t-|x-\xi|} u(\xi,\tau)d\tau\right]d\xi \qquad (12)$$

$(x,t) \in \Delta(x_0,t_0)$.

$$v(x,t,\xi) = \int_0^{t-|x-\xi|} u(\xi,\tau)d\tau\,,$$

$$u(x,t) = u_0(x,t) - \frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)v(x,t,\xi)d\xi$$

$$\left[\begin{aligned}\frac{d}{dx}\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x,t)dt = f(x,\beta(x))\cdot\beta'(x) - f(x,\alpha(x))\cdot\alpha'(x) + \\ + \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f_x'(x,t)dt\end{aligned}\right]$$

$$u_t = \frac{\partial}{\partial t}u_0 - \frac{1}{2}\{q(x+t)v(x,t,x+t)(x+t)_t' - q(x-t)v(x,t,x-t)\times$$
$$\left.\times(x-t)_t' + \int_{x-t}^{x+t} q(\xi)v_t(x,t;\xi)d\xi\right\} = \frac{\partial}{\partial t}u_0 - \frac{1}{2}\{0-0+$$
$$\left.+\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)u(\xi,t-|x-\xi|)d\xi\right\} = \frac{\partial}{\partial t}u_0 - \frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)u(\xi,t-|x-\xi|)d\xi \qquad (13)$$

Чунки

$$v(x,t,x+t)=\int_0^{t-|x-x-t|}u(\xi,\tau)d\tau=\int_0^0 u(\xi,\tau)d\tau=0$$

$$v(x,t,x-t)=\int_0^{t-|x-x+t|}u(\xi,\tau)d\tau=\int_0^0 u(\xi,\tau)d\tau=0$$

ёки $\tau=(t-|x-\xi|)\cdot s$ алмаштириш бажаришлар $d\tau=(t-|x-\xi|)\cdot ds$, $s=\tau/(t-|x-\xi|)$, $\tau=0$, $s=0$, $\tau=t-|x-\xi+s=1$,

$$v(x,t;\xi)=(t-|x-\xi|)\int_0^1 u(\xi,(t-|x-\xi|)s)ds$$

Худди шунга ўхшаб x бўйича хосила хисобланади.

$$u_x=\frac{\partial}{\partial x}u_0-\frac{1}{2}\{q(x+t)v(x,t,x+t)(x+t)'_x-q(x-t)v(x,t,x-t)'_x+$$

$$\left.+\int_{x-t}^{x+t}q(\xi)v_x(x,t;\xi)d\xi\right\}=\frac{\partial}{\partial x}u_0-\frac{1}{2}\{q(\xi)u(\xi,t-|x-\xi|)\sin(\xi-x)d\xi \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}v(x,t,\xi)=\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{t-|x-\xi|}u(\xi,t)d\tau=u(\xi,t-|x-\xi|)\frac{\partial}{\partial \xi}(t-|x-\xi|)=$$

$$=u(\xi-|x-\xi|)sign(\xi-x),\ -\frac{\partial}{\partial x}|x-\xi|=sign(s-x).$$

$$u_x,u_t\in c(\Delta(x_0,t_0))$$

$$u_{tt}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_0-\frac{1}{2}\{q(x+t)u(x+t,0)(x+t)'_t-q(x-t)u(x-t,0)(x-t)'_t+$$

$$\left.+\int_{x-t}^{x+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)d\xi\right\}=\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}-\frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0)+$$

$$+q(x-t)u(x-t,0)]-\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)d\xi$$

Шундай қилиб,

$$u_{tt}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_0-\frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0)+q(x-t)u(x-t,0)]-$$

$$-\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)d\xi \quad (15)$$

$$u_{xt} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} u_0 - \frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0) - q(x-t)u(x-t,0)] -$$

$$-\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)u_t(\xi, t-|x-\xi|)sign(\xi - x)d\xi \qquad (16)$$

$$u_{xx} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u_0 - \frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0) + q(x-t)u(x-t,0)] +$$

$$+q(x)u(x,t) - \frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)u_t(\xi, t-|x-\xi|)d\xi \qquad (17)$$

$$u_x = \frac{\partial}{\partial x}u_0 - \frac{1}{2}\left\{-\int_{x-t}^{x} q(\xi)u(\xi, t-x+\xi)d\xi + \right.$$

$$\left. + \int_{x}^{x+t} q(\xi)u(\xi, t+x-\xi)d\xi \right\}$$

$$u_{xx} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - \frac{1}{2}\{-q(x)u(x,t) + q(x-t)u(x-t,0) +$$

$$+q(x+t)u(x+t,0) - q(x)u(x,t) + \int_{x-t}^{x} q(\xi)u_t(\xi, t-x+\xi)d\xi +$$

$$\left. + \int_{x}^{x+t} q(\xi)u_t(\xi, t+x-\xi)d\xi \right\} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + q(x)u(x,t) -$$

$$-\frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0) + q(x-t)u(x-t,0)] -$$

$$-\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q(\xi)u_t(\xi, t-|x-\xi|)d\xi .$$

Ушбу тенгликларни ҳисобга олган ҳолда $\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} = f(x,t)$

$$u_{tt} - u_{xx} = -q(x)\, u(x,t) + f(x,t)$$

(15)-(17) формулалардан $u_{tt}, u_{xt}, u_{xx} \in c(\Delta(x_0, t_0))$, яъни $u \in^2 c(\Delta(x_0,t_0))$ келиб чиқади.

Энди тескари масалани қараб чиқамиз.

Тескари масала. Қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ ва $q(x)$ функцияларни топинг:

$$1)\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)u(x,t)+q(x)u(x,t)=f(x,t), \qquad (18)$$

2) Бошланғич шартлар

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad u_t(x,0)=\psi(x), \qquad (19)$$

3) чегаравий шартлар

$$u(x_0,t)=f_1(t), \quad u_x(x_0,t)=f_2(t). \qquad (20)$$

бу ерда $f(x,t), \varphi(x), \psi(x), f_1(x)$ ва $f_2(t)$ - берилган функциялар.

Бунда $q(x)$ ни маълум деб фараз қилиб, тўғри масалани қуйидаги тенгликларидан фойдаланамиз.

$$u(x,t)=u_0(x,t)-\frac{1}{2}\iint\limits_{\Delta(x,t)} q(\xi)u(\xi,\tau)d\xi d\tau, \quad (x,t)\in\Delta(x_0,t_0), \qquad (21)$$

$$u_{tt}=\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_0-\frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0)-q(x-t)u(x-t,0)]-\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)d\xi$$

(22)

$$u_{xt}=\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}u_0-\frac{1}{2}[q(x+t)u(x+t,0)-q(x-t)u(x-t,0)]-\frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)sign\,(\xi-x)d\xi$$

(23)

(22) ва (23) дан ҳамда (20) шардан қуйидаги эга бўламиз

$$u_{xt}(x_0,t)=f_2'(t)=\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}u_0(x_0,t)-\frac{1}{2}[q(x_0+t)u(x_0+t,0)-q(x_0-t)u(x_0-t,0)]-$$

$$-\frac{1}{2}\int_{x_0-t}^{x_0+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)d\xi \qquad (24)$$

$$u_{xt}(x_0,t)=f_2'(t)=\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}u_0(x_0,t)-\frac{1}{2}[q(x_0+t)u(x_0+t,0)-q(x_0-t)u(x_0-t,0)]-$$

$$-\frac{1}{2}\int_{x_0-t}^{x_0+t}q(\xi)u_t(\xi,t-|x-\xi|)sign(\xi-x_0)d\xi, \quad t\in[0,t_0] \qquad (25)$$

(24), (25) формуласи ва (19) шартдан фойдаланиб $x\ge x_0$ ва $x\le x_0$ лар учун $q(x)$ ни топамиз

(23) тенгламалар $x_0+t=y$ алмаштириш бажарамиз $t=y-x_0$.

$$f_1''(t)+f_2'(t)=\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\right)u_0(x_0,t)-q(x_0+t)u(x_0+t,0)-$$

$$-\int_{x_0}^{x_0+t_0} q(\xi)u_t(\xi, t+x_0-\xi)d\xi, \quad x_0+t=y. \ t=y-x_0$$

$$0 \le t \le t_0 \Rightarrow x_0 \le y \le x_0+t_0$$

$$f_1''(y-x_0)+f_2'(y-x_0)=\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x \partial t}\right)u_0(x,t)\Big|_{x=x_0 y=y_0-x_0} -$$

$$-q(y)u(y,0)-\int_{x_0}^{y} q(\xi)u_t(\xi, y-\xi)d\xi$$

$$q(y)=\frac{1}{\varphi(y)}\left\{-f_1''(y-x_0)-f_2'(y-x_0)+\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x \partial t}\right)u_0(x,t)\right]_{\substack{x=x_0 \\ t=y-x_0}} -\right.$$

$$\left. -\int_{x_0}^{y} q(\xi)u_t(\xi, y-\xi)d\xi\right\}, \quad x \le y \le x_0+t_0 \qquad (26)$$

$$0 \le t \le t_0 \Rightarrow x_0 \le t+x_0 \le x_0+t_0 \Rightarrow x_0 \le y \le x_0+t_0$$

Энди (24) тенгламалардан (25) тенгламаларни айирaймиз,

$$f_1''(t)-f_2'(t)=\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x \partial t}\right)u_0(x_0,t)-q(x_0-t)u(x_0-t,0)-$$

$$-\int_{x_0-t}^{x_0} q(\xi)u_t(\xi, t-x_0+\xi)d\xi, \quad x_0-t=y, \quad x_0-y=t$$

$$f_1''(x_0-y)-f_2'(x_0-y)=\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x \partial t}\right)u_0(x_0,x_0-y)-q(y)u(y,0)-$$

$$-\int_{y}^{x_0} q(\xi)u_t(\xi, \xi-y)d\xi$$

$$q(y)=\frac{1}{\varphi(y)}\left\{-f_1''(y-x_0)+f_2'(y-x_0)+\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x \partial t}\right)u_0(x,t)\right]_{\substack{x=x_0 \\ t=x_0-y}} -\right.$$

$$-\int_{y}^{x_0} q(\xi)u_t(\xi, y-\xi)d\xi, \quad x_0 - t_0 \le y \le x_0 \tag{27}$$

$$0 \le t \le t_0, \quad x_0 - t = y \Rightarrow x_0 - t_0 \le y \le x_0$$

(26) ва (27) тенгликларни бирлаштириб ёзамиз (y ни x га алмаштириш)

$$\left\{ \begin{aligned} & q(x) = q_0(x) + \frac{sign(x_0 - x)}{\varphi(x)} \int_{x_0}^{x} q(\xi)u_t(\xi, |x-\xi|)d\xi, \\ & \quad x \in [x_0 - t_0,\ x_0 + t_0] \end{aligned} \right\}$$

$$q(x) = q_0(x) + \frac{sign(x_0 - x)}{\varphi(x)} \int_{x_0}^{x} q(\xi)u_t(,|x-\xi|)d\xi \tag{28}$$

$$x \in [x_0 - t_0,\ x_0 + t_0],$$

бу ерда

$$q_0(x) = \frac{1}{\varphi(x)}\{-f_1''(|x-x_0|) - f_2'(|x-x_0|)sign(x-x_0) +$$

$$+\left\{ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + sign(x-x_0)\frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \right) u_0(x,t) \right\}_{\substack{x=x_0 \\ t=|x-x_0|}} \tag{29}$$

Энди $\Delta(x_0, t_0)$ соҳада u, u_t, q функцияга (6), (13). (28) иккита тур чизиқсиз интеграл тенгламалар системаси қараймиз (6), (13) ва (28) тенгламалар системаси оператор тенглама кўринишда ёзиб оламиз

$$\overline{q} = A\overline{q}\,, \tag{30}$$

бу ерда $\overline{q} = (q_1, q_2, q_3)$ - вектор функция

$$q_1(x,t) = u(x,t), \quad q_2(x,t) = u_t(x,t),$$

$$q_3(x,t) = q_3(x,t) = q(x,t)$$

$$A = (A_1, A_2, A_3)$$

$$\left. \begin{aligned} & A_1 q = u_0(x,t) - \frac{1}{2}\iint_{\Delta(x,t)} q_3(\xi)q_1(\xi,\tau)d\xi d\tau \\ & A_2 q = \frac{\partial}{\partial t}u_0(x,t) - \frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} q_3(\xi), q_1(\xi, t-|x-\xi|)d\xi \\ & A_3 q = q_0(x) + \frac{sign(x_0 - x)}{\varphi(x)}\int_{x_0}^{x} q_3(\xi)q_2(\xi, |x-\xi|)d\xi \end{aligned} \right\} \tag{31}$$

Қуйида берилганни киритамиз:

$$\| q \| (t_0) = \max_{1 \le k \le 3} \max_{(x,t) \in \Delta(x_0, t_0)} | q_k(x,t) |,$$

$$q_0(x,t) = \left(u_0(x,t), \frac{\partial}{\partial t} u_0(x,t),\ q_0(x) \right)$$

ва $c(\Delta(x_0, h)),\ 0 \le h \le t_0$ фараз қуйидаги тенгсизикларни қаноатлантирувчи $M(h)$ функция тўпламини қараймиз:

$$\| \bar{q} - \bar{q}_0 \| (h) \le \| q_0 \| (t_0) \tag{32}$$

ХУЛОСА

Етарлича кичик h лар учун A оператор $M(h)$ тўпламни ўзига сиқиб акслантиради. Ҳақиқатан $\bar{q} \in M(h)$ учун $\| \bar{q} \| (h) \le 2 \| q_0 \| (h)$.

$$\| A\bar{q} - \bar{q}_0 \| (h) \le 4 \| q_0 \|^2 (t_0) \max \left(\frac{h^2}{2}, h, \frac{h}{\alpha} \right)$$

Шунинг учун

$$h \le h^{\alpha} = \min \left\{ \frac{1}{\sqrt{2 \| q_0 \| (t_0)}}, \frac{\min(\alpha, 1)}{4 \| q_0 \| (t_0)}, t_0 \right\}$$

лар учун A оператор сиқиб акслантириш хоссасига эга бўлади.

АДАБИЁТЛАР РЎЙХАТИ

1. Салохиддинов М.С. Математик физика тенгламалари. Тошкент. «Ўзбекистон», 2002, 448 б.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М. Изд-во МГУ. 2004.
3. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения. М., 1989. 384
4. Ўринов А.Қ., Аҳмедов З.А., Каримов Ш.Т. Математик физика тенгламалари фанидан амалий машғулотлар. Фарғона, 2007 й.
5. Уринов А.К., Каримов Ш.Т. Об одном методе решения задачи Коши для четырехмерного гиперболического уравнения с оператором Бесселя, действующим по всем переменным. // Владикавказский математический журнал, 2018. Том 20, Вып. 3, С. 57-68.

6. Каримов Ш.Т., Мамадалиева Ш. Решение коэффициентной обратной задачи для гиперболического уравнения сведением её к уравнению Гелфанда-Левитана первого рода..// Fars Int J Edu Soc Sci Hum 10(12), 2022; Volume-10, Issue-12, pp. 142-151.
7. Уринов А.К., Каримов Ш.Т. Задача Коши для одного многомерного вырождающегося гиперболического уравнения. Тезисы докладов научной конференции Актуальные проблемы теории вероятностей и дифференциальных уравнений. Фергана, 2001г.,ст.: 112-113.
8. Каримов Ш.Т., Е.Л.Шишкина**,** О некоторых методах решения задачи Коши для неоднородного уравнения гиперболического типа с оператором Бесселя. Материалы международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» 17-19 декабря 2018 г. Воронежский.
9. Уринов А.К., Каримов Ш.Т. Задача Коши для ультрагиперболического уравнения с сингулярными коэффициентами. Узбекско-Российская научная конференция «Неклассические уравнения математической физики и их приложения» 24-26 октябрь, Тошкент, 2019, стр. 132-133.
10. Каримов Ш.Т., Ш.Орипов. Кўп тўлқинли операторли гиперболик типдаги битта тенглама учун Коши масаласи. Хорижий олимлар иштирокидаги республика илмий анжумани маърузa тезислари. “Математик физиканинг замонавий усуллари ва уларнинг қўлланилиши”, Тошкент, 2020 йил 1-сон, 231-232 б.
11. Каримов Ш.Т., Мамадалиева Ш. Решение коэффициентной обратной задачи для гиперболического уравнения сведением её к уравнению Гелфанда-Левитана первого рода. Fars Int J Edu Soc Sci Hum 10(12), 2022; Volume-10, Issue-12, pp. 142-151.
12. Уринов А.К., Каримов Ш.Т. Задача Коши для неоднородного итерированного уравнения гиперболического типа с оператором Бесселя. Узбекский математический журнал. – 2017. № 4 . -С.73-83 .