TO‘PLAM TUSHUNCHASI. TO‘PLAMLAR ORASIDAGI MUNOSABATLAR. TO‘PLAMLAR USTIDA AMALLAR

Nurkayev Shuhrat Jurayevich
Turin politexnika universiteti akademik litseyi oliy toifali matematika fani o‘qituvchisi.

Annotatsiya: *Ushbu maqolada To‘plam tushunchasi. To‘plamlar orasidagi munosabatlar. To‘plamlar ustida amallar tushintiriladi.*
Kalit so‘zlar: *To‘plamlar, elementlar, tengsizliklar, sonlar, geometrik.*

Abstract: *This article covers the concept of Collection. Relationships between collections. Operations on collections are explained.*
Key words: *Sets, elements, inequalities, numbers, geometric.*

To‘plam tushunchasi. To‘plamlar orasidagi munosabatlar. To‘plamlar ustida amallar

***To‘plam tushunchasi*. To‘plam matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U obyektlar yoki obyektlar majmuasini tasvirlash uchun ishlatiladi. Masalan, ma’lum bir ta’lim muassasasining barcha talabalari to‘plami, tekislikdagi barcha uchburchaklar to‘plami haqida aytishimiz mumkin. To‘plamlarni tashkil etuvchi ob'ektlar yoki elementlar to‘plam elementlari deb ataladi.**

To‘plamlar odatda A, B, . . ., X, . . . bosh harflar bilan belgilanadi. Agar a A to‘plamning elementi bo‘lsa, uni a $\in$ A ko‘rinishda , agar a A to‘plamning elementi bo‘lmasa, uni a $\notin$ A ko‘rinishda yozamiz.

Masalan, agar Z barcha butun sonlar to‘plami bo‘lsa, unda quyidagi munosabatlar to‘g‘ri bo‘ladi:

$3 \in Z$, $-5 \in Z$, $\frac{1}{3} \notin Z$, $\sqrt{3} \notin Z$.

Odatda, to‘plam barcha elementlarni ko‘rsatish yoki ko‘rib chiqilayotgan to‘plamning barcha elementlariga ega bo‘lgan xarakterli xususiyatni ko‘rsatish orqali aniqlanadi. A to‘plam faqat

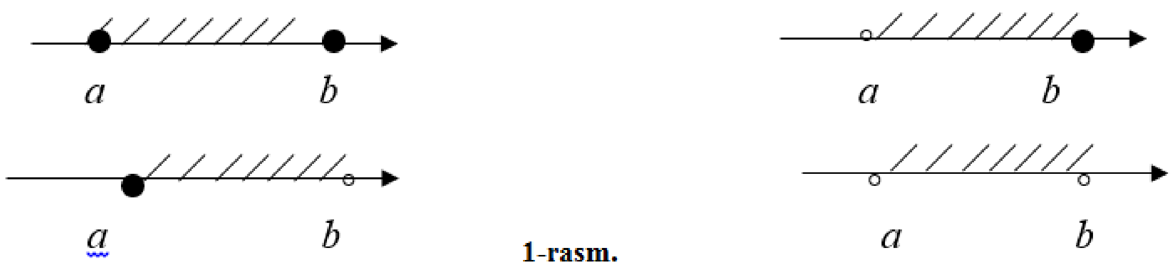
a, b, c elementlaridan iborat bo'lsin. Shunda A to'plamning elementlari figurali qavs ichiga olinadi va A = { a, b, c } shaklida yoziladi. Bunday holda, elementlarning tartibi muhim emas. P(x) xossaga ega barcha elementlarning A to'plami A = { x | P(x) } kabi belgilanadi.

Koʻpgina hollarda, berilgan $P(x)$ toʻplam elementlarining xarakterli xususiyati, yaʼni soʻzlar bilan tuziladi. Masalan, $4x^2 + 6x – 8 = 0$ tenglamasining ildizlari toʻplami yoki $y = log_2(x^2 –1)$ funksiyasining aniqlanish sohasi. Toʻplam hech qanday obyektga ega boʻlmagan xususiyat bilan aniqlanishi mumkin. Masalan, kvadrati 3 ga teng ratsional sonlar toʻplami; $x^2 + 2 = 0$ tenglamaning ildizlari boʻlgan haqiqiy sonlar toʻplami.

Hech qanday elementga ega bo'lmagan to'plamga bo'sh to'plam deb ataladi va ∅ belgisi bilan belgilanadi. Elementlari soni chekli bo'lgan to'plamga chekli to'plam deyiladi. Elementlari soni cheksiz to'plam cheksiz to'plam deyiladi.

Matematikada koʻpincha sonli toʻplamlar bilan shugʻullanishga toʻgʻri keladi, yaʼni elementlari faqat sonlardan tashkil topgan toʻplamlar. Ulardan baʼzilari uchun standart yozuv qabul qilingan: N - barcha natural sonlar toʻplami; Z - barcha butun sonlar toʻplami; Q - barcha ratsional sonlar toʻplami; R - barcha haqiqiy sonlar toʻplami.

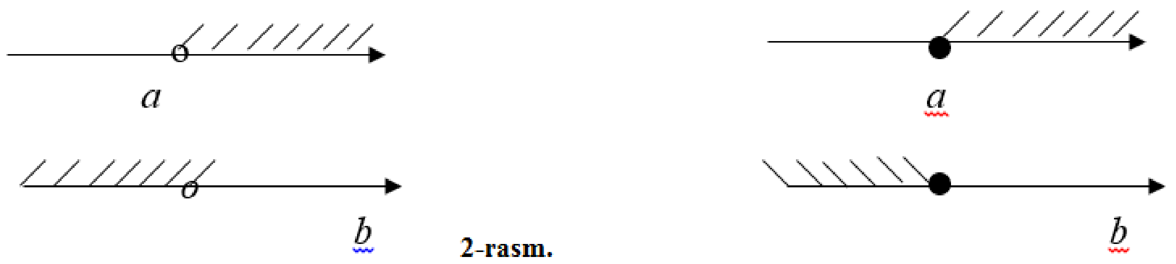
Keyinchalik $[a;b]$ orqali $a\le x\le b$ tengsizliklari bilan aniqlangan chiziqdagi oraliqni belgilaymiz. $(a;b]$, $[a;b)$, $(a;b)$ orqali mos ravishda $a<x\le b$; $a \le x<b$; $a<x<b$ tengsizliklari bilan aniqlangan oraliqlarni belgilaymiz. Ushbu oraliqlar mos ravishda geometrik tarzda quyidagicha ifodalanishi mumkin:



1-rasm.

$x>a$, $x\ge a$, $x<b$, $x\le b$ tengsizliklar bilan berilgan haqiqiy chiziqdagi cheksiz oraliqlarni $(a; +\infty)$, $[a; +\infty)$, $(-\infty;b)$, $(-\infty; b]$ kabi belgilaymiz.

Ular geometrik shaklda quyidagicha ifodalanishi mumkin:



2-rasm.

Haqiqiy chiziqni (- ∞ , + ∞) bilan belgilaymiz.

To‘plamlar orasidagi munosabatlar.

***Ta’rif.* *B to‘plamning har bir elementi A to‘plamning ham elementi bo‘lsa, B to‘plam A to‘plamining qism-to‘plami deyiladi. B to‘plam A to‘plamning qism- to‘plami quyidagicha yoziladi: B ⊂ A. Bunday yozuv B to‘plamning har bir elementi A to‘plamning elementi ekanligini va B to‘plamning A to‘plamga kirishini bildiradi*.**

Masalan, {4, 8} va {6} to‘plamlar {2, 4, 6, 8} to‘plamning qism to‘plamlaridir.

1-misol. B={2, 4, 6}, A={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} bo‘lsin. Quyidagilardan qaysi biri to‘g‘ri: B ⊂ A yoki A ⊂ B?

Yechish. B to‘plam A to‘plamga kiritilgan, demak, B ⊂ A, lekin A to‘plami B to‘plamiga kiritilmagan, demak, $A \not\subset B$.

To‘plamlarning ayrim xossalari:

Bo‘sh to‘plam har qanday to‘plamning qism-to‘plamidir: $\emptyset \subset A$.

Har qanday to‘plam o‘ziga qism-to‘plam hisoblanadi, ya’ni har qanday A to‘plam uchun $A \subset A$ ***munosabat o‘rinli.***

Ta’rif*: *Har biri boshqasining qism- to‘plami bo‘lsa(*$A \subset B$ *va* $B \subset A$*), bu to‘plamlar teng to‘plamlar deyiladi(A = B). Bir xil elementlardan tashkil topgan to‘plamlar teng to‘plamlar deyiladi.Bunda to‘plam elementlarining joylashish tartibi muhim emas.

Masalan, {8,2,5}, {2,5,8} va {5,8,2}to‘plamlar teng.

Agar X to‘plam Y to‘plamga teng bo‘lsa, u holda X=Y kabi yozish mumkin. Aks holda X ≠ Y kabi yoziladi.

Misol 2. Z = {3,5,7}, Y = {7,5,3,5,7} to‘plamlar berilgan. Z va Y to‘plamlari tengmi?

Yechish. Z=Y, chunki ular bir xil elementlardan iborat.

Misol 3. Z={3,5,7}, X={{7,5}, {3,5,7}} to‘plamlar berilgan. Ular tengmi?

Yechish. Z≠X, chunki ikkinchi to‘plamning elementlari ikkita to‘plam hisoblanadi. Shunday qilib, bu to‘plamlar turli tabiatdagi elementlardan iborat va teng bo‘lishi mumkin emas.

Bo‘sh to‘plam har qanday to‘plamning qism-to‘plami hisoblanadi. Har bir to‘plamda kamida ikkita qism-to‘plam mavjud: bo‘sh to‘plam va to‘plamning o‘zi. Ushbu ikkita qism-to‘plam xosmas qism-to‘plamlar deb ataladi. Xosmas qism-to‘plamdan boshqa har qanday qism-to‘plam berilgan to‘plamning xos qism-to‘plami deyiladi.

Bo‘sh to‘plam xos qism-to‘plamlarga ega emas va ikkala xosmas qism-to‘plamlari o‘zaro teng. Har qanday bir elementli to‘plamda ham xos qism- to‘plamlari yo‘q, lekin uning xosmas qism-to‘plamlari turlicha. Har qanday ikki elementli to‘plam esa ikkita xos qism-to‘plamlarga ega. To‘plamdagi elementlar soni ortib borishi bilan uning xos qism-to‘plamlari soni ham ortib boradi. Misol uchun, agar F={3,5} bo‘lsa, F to‘plamning xos qism-to‘plamlari {3} va {5} to‘plamlar bo‘ladi.

Ta’rif. A to‘plamning barcha qism-to‘plamlari - A to‘plamning to‘plam-darajasi deyiladi va R(A) kabi belgilanadi.

A={4,5,6} bo‘lsin. U holda to‘plamning darajasi quyidagilardan tashkil topgan:

1) A={4,5,6} – boshlang‘ich to‘plamdan.

2) bo‘sh to‘plamdan Ø.

3) bir elementli uchta qism-to‘plamdan: {4}; {5}; {6}.

4) ikki elementli uchta qism-to‘plamdan A: {{4,5};{4,6};{5,6}}.

Shunday qilib, to‘plamning darajasi:

R(A) = {A,{4},{5},{6},{4,5};{4,6};{5,6},Ø}; $2^3=8$ ta elementdan tashkil topgan.

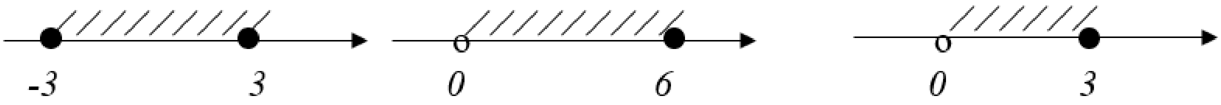
n-elementli to‘plamning to‘plam-darajasi 2^n ta elementdan iborat ekan.

To‘plamlar ustida amallar.

Ta’rif. A va B to‘plamlarning kesishmasi deb,A to‘plamga ham, B to‘plamga ham tegishli bo‘lgan elementlardan tuzilgan to‘plamga aytiladi. A va B to‘plamlarning kesishmasi $A \cap B$ kabi belgilanadi.

Misol 4. $A = \{0, 1, 3, 6\}$, $B = \{3, 6, 7, 8\}$ berilgan bo‘lsin. U holda $A \cap B = \{3, 6\}$.

Misol 5. A - [-3; 3] kesma, B – $(0;6]$ oraliqlar berilgan bo‘lsin. U holda $A \cap B = (0; 3]$(3- chizma).



3-rasm.

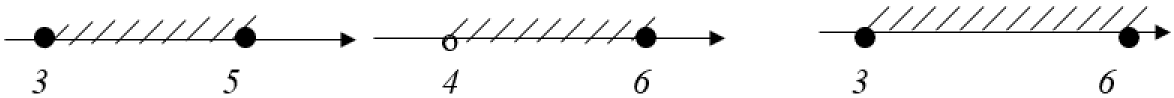
Ta’rif. A va B to‘plamlar berilgan bo‘lsin. A yoki B to‘plamga tegishli barcha elementlardan tashkil topgan to‘plam shu to‘plamlarning birlashmasi deyiladi va

$A \cup B$ kabi belgilanadi.

Misol 6. $A = \{5, 6, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 12, 13\}$ berilgan bo‘lsin.

U holda $A \cup B = \{5, 6, 1, 2, 3, 12, 13\}$.

Misol 7. A - $[3; 5]$ kesma, B - $(4; 6]$oraliq bo‘lsin. U holda $A \cup B$ $[3; 6]$ kesmadan iborat bo‘ladi.(4-chizma).



4-rasm.

Ta’rif. A va B to‘plamlarning ayirmasi deb, A ning B da mavjud bo‘lmagan barcha elementlaridan tuzilgan to‘plamga aytiladi. A va B to‘plamlarning ayirmasi $A \setminus B$ kabi belgilanadi.

Misol 8. $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$,$B = \{1, 2, \alpha, \beta\}$ berilan bo‘lsin. $A \setminus B$ ni toping.

Yechish. $\gamma, \delta \in A$ va $\gamma, \delta \notin B$. Shuning uchun, $A \setminus B=\{\gamma, \delta\}$.

Matematikaning ba’zi bo‘limlarida ma’lum bir to‘plamni va ushbu to‘plamning barcha mumkin bo‘lgan qism-to‘plamlarini ko‘rib chiqish bilan cheklanish kerak. Masalan, planimetriyada biz tekislikning qism-to‘plamlari bo‘lgan tekislik figuralarini o‘rganamiz.

Agar biror *E* to‘plamning barcha mumkin bo‘lgan qism-to‘plamlarini ko‘rib chiqish bilan cheklansak, bu holda *E* to‘plami universal to‘plam deb ataladi.

Ta’rif. E to‘plam universal to‘plam va A to‘plam E to‘plamning qism-to‘plami bo‘lsin. U holda E\A to‘plam A to‘plamning E to‘plamga to‘ldiruvchisi yoki oddiygina A to‘plamning to‘ldiruvchisi deb ataladi va A′ yoki $\bar{A}$ kabi belgilanadi.

To‘plamlar ustida bajariladigan amallarning xossalari:

1^0. $A \cup A = A$ - birlashmaning idempotentligi;

2^0. $A \cap A = A$ – kesishmaning idempotentligi;

3^0. $A \cup B = B \cup A$ – birlashmaning kommutativligi;

4^0. $A \cap B = B \cap A$ – kesishmaning kommutativligi;

5^0. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ – birlashmaning assotsiativligi;

6^0. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ – kesishmaning assotsiativligi;

7^0. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ – birlashmaning kesishmaga nisbatan distributivligi;

8^0. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ – kesishmaning birlashmaga nisbatan distributivligi;

$$\left.\begin{array}{l} 9^0.\ A \cup E = E \\ 10^0.\ A \cap E = A \end{array}\right\} \text{Universal to‘plamning xossasari ;}$$

$$\left.\begin{array}{l} 11^0.\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \\ 12^0.\ \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \end{array}\right\} \text{De-Morgan qonunlari;}$$

Ushbu xossalarning isboti to‘g‘ridan-to‘g‘ri tekshirish orqali amalga oshiriladi. Misol tariqasida, 8^0 xossasini isbotlaymiz, ya’ni $A\cap(B\cup C) = (A \cap B)\cup (A \cap C)$.

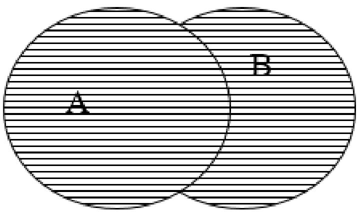
x - $A \cap (B \cup C)$ to‘plamning ixtiyoriy elementi bo‘lsin. U holda to‘plamlarning kesishmasiga berilan ta’rifiga asosan $x \in A$ va $x \in (B \cup C)$. Endi to‘plamlarning birlashmasiga berilan ta’rifiga asosan quyidagini hosil qilamiz: $x \in A$ va $x \in B$ yoki $x \in C$. Bu yerdan $x \in A \cap B$ yoki $x \in A \cap C$, ya’ni $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ni hosil qilamiz . Shunday qilib, $A \cap (B \cup C) \subset (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Xuddi shunday isbotlash mumkin, agar $x \in (A \cap B)\cup (A \cap C)$, u holda $x \in A \cap (B \cup C)$, ya’ni $(A \cap B) \cup (A \cap C) \subset A \cap (B \cup C)$.
Shunday qilib, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

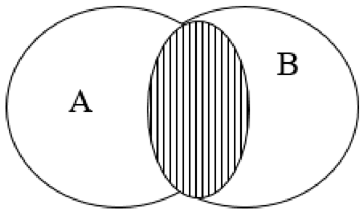
3. Eyler-Venn diagrammalari.

To‘plamlarni grafik tasvirlash uchun ular ustida amallar va ularning xossalari, tekislikdagi diagrammalar (Eyler-Venn diagrammasi) qo‘llaniladi. Bunda to‘plam qandaydir yaxlit figura, odatda aylana, universal to‘plam esa to‘rtburchak bilan tasvirlanadi. Doiralarning kesishishi to‘plamlarning kesishishi, aylanalar birlashmasi to‘plamlar birlashmasi deb qaraladi.

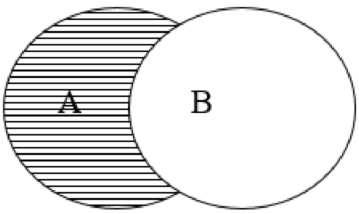
Masalan:



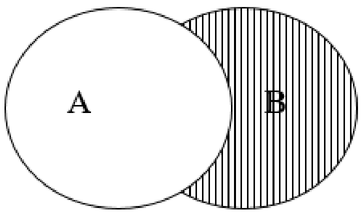
$A \cup B$ **5-rasm.**



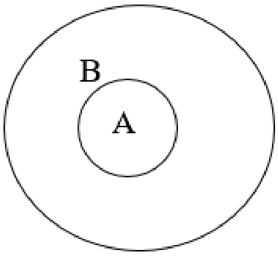
$A \cap B$ **6-rasm.**



$A \setminus B$ **7-rasm.**

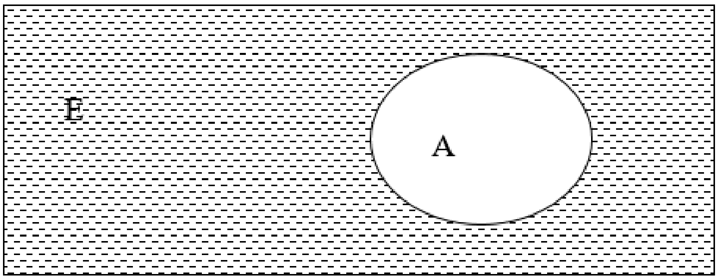


$B \setminus A$ **8-rasm.**



$A \subset B$

9-rasm.



$E \setminus A$

10-rasm.

5, 6, 7 va 8-rasmlarda ikkita to‘plamning birlashmasi, kesishmasi, ayirmasi ko‘rsatilgan. 9-rasm A to‘plami *B* to‘plamning qism-to‘plami ekanligini bildiradi. *E* universal to‘plami qandaydir to‘rtburchakninmg nuqtalar to‘plami bilan ifodalanadi. *A* to‘plamning to‘ldiruvchisi 10-rasmda to‘rtburchakning shtrixlangan qismi sifatida. ko‘rsatilgan.