MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARI (MULOHAZALAR VA MANTIQIY AMALLARNING ROSTLIK JADVALI. ROSTLIK JADVALI YORDAMIDA MANTIQIY QONUNLARNI ISBOTLASH. TESKARI TEOREMA. QARAMA-QARSHI TEOREMA. TESKARISINI FARAZ QILISH USULI. ZARURIY VA YETARLILIK SHARTLARI). MATEMATIK INDUKSIYA METODI

Nurkayev Shuhrat Jurayevich

Turin politexnika universiteti akademik litseyi oliy toifali matematika fani o‘qituvchisi.

Annotatsiya: *Ushbu maqolada Matematik mantiq elementlari (Mulohazalar va mantiqiy amallarning rostlik jadvali. Rostlik jadvali yordamida mantiqiy qonunlarni isbotlash. Teskari teorema. Qarama-qarshi teorema. Teskarisini faraz qilish usuli. Zaruriy va yetarlilik shartlari). Matematik induksiya metodi tushintiriladi.*

Kalit so‘zlar: *Mulohazalar, elementlar, amallar, rost, induksiya.*

Abstract: *In this article, the elements of mathematical logic (truth tables of reasoning and logical operations. Proving logical laws using truth tables. Inverse theorem. Contradictory theorem. The method of hypothesizing the inverse. Necessary and sufficient conditions). The method of mathematical induction is explained.*

Key words: *Considerations, elements, actions, true, induction.*

Matematik mantiq elementlari (Mulohazalar va mantiqiy amallarning rostlik jadvali. Rostlik jadvali yordamida mantiqiy qonunlarni isbotlash. Teskari teorema. Qarama-qarshi teorema. Teskarisini faraz qilish usuli. Zaruriy va yetarlilik shartlari). Matematik induksiya metodi

Mulohazalar va mantiqiy amallarning rostlik jadvali. Rost yoki yolg‘onligi haqida fikr yuritish mumkin bo‘lgan har qanday darak gap mulohaza deyiladi.

Quyidagi gaplarning mulohazalar ekanligini ko‘rish mumkin:

1. Toshkent – O‘zbekiston Respublikasi poytaxti.
2. Yetti – tub son.

3. *6* soni *8* dan katta.
4. $\sqrt{4} = 2$.
5. *11* soni- murakkab son.

Ravshanki, 1, 2, 4 gaplar – rost, 3, 5 gaplar esa yolg‘on.

Mulohazalar so‘zlar yoki belgilar yordamida tuzilishi mumkin. Undov va so‘roq gaplar mulohazalar hisoblanmaydi. Bundan tashqari, rost yoki yolg‘on deb aytish mumkin bo‘lmagan darak gaplar ham mulohazalar emas.

Masalan, quyidagi gaplar:

1) Yashasin 1-oktyabr ustoz va murabbiylar kuni!
2) Bugun qaysi kun?
3) x – tub son,

mulohazalar hisoblanmaydi.

Odatda mulohazalar lotin alifbosining bosh harflari bilan belgilanadi. Masalan, $A \leftrightarrows$ «$6 < 3$» , $B \leftrightarrows$ «5 – tub son» deb yozamiz. Bu shuni anglatadiki, A - 6 soni 3 dan kichik degan mulohaza. B - 5 - tub son degan mulohaza. Bu mulohazalar oddiy mulohazalarga misol bo‘la oladi. “Yoki”, “va”, “agar. . .bo‘lsa , u holda. . .", "... faqat va faqat shu holdaki, agar. . .bo‘lsa" , ". . .emas" mantiqiy bog`lovchilar yordamida oddiy A va B mulohazalardan boshqa murakkab mulohazalar tuzilishi mumkin.

Masalan:

1) $C \leftrightarrows$ «$6 < 3$ *yoki* 5 – tub son»;
2) $D \leftrightarrows$ «$6 < 3$ va 5 – tub son»;
3) $E \leftrightarrows$ «agar $6 < 3$ bo‘lsa, u holda 5 – tub son»;
4) $F \leftrightarrows$ « $6 < 3$ faqat va faqat shu holdaki, agar 5 – tub son bo‘lsa»;
5) $K \leftrightarrows$ « 5 – tub son emas».

Matematik mantiqda murakkab mulohazalarning rost yoki yolg‘onligi oddiy mulohazalarning mazmun jihatiidan qat’iy nazar o‘rnatiladi va mantiqiy bog‘lovchilarga aniq ma’no beriladi. Keling, mantiqiy bog‘lovchilarning aniq ta’rifiga o‘tamiz.

A va B mulohazalar berilgan bo‘lsin.U holda ularning konyunksiyasi deb A va B mulohazalardan ikkalasi ham rost

bo'lganda rost, qolgan barcha hollarda yolg'on bo'lgan mulohazaga aytiladi.

A, B ikkita mulohazaning konyunksiyasi $A \wedge B$ yoki A & B bilan belgilanadi va "A va B" deb o'qiladi. " Konyunksiya " mantiqiy amalining qiymatlari quyidagi jadval yordamida ifodalanishi mumkin, bu erda R - "rost", "Y" - "yolg'on" degan ma'noni anglatadi:

A	B	$A \wedge B$
R	R	R
R	Y	Y
Y	R	Y
Y	Y	Y

Keyinchalik bunday jadvallarni rostlik jadvallari deb ataymiz. Agar rostlik jadvalida "R" qiymati 1 ga, "Y" qiymati esa 0 ga almashtirilsa, u holda rostlik jadvali quyidagi ko'rinishda bo'ladi.

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Ko'rinib turibdiki, $A \wedge B$ mulohazalarning qiymati A va B mulohazalari qiymatlari ko'paytmasiga mos keladi. Shuning uchun $A \wedge B$ ba'zan mantiqiy ko'paytirish deb ataladi (va $A{\cdot}B$ bilan belgilanadi).

A va B mulohazalar diszyunksiyasi $A \vee B$ bilan belgilanadigan mulohaza bo'lib, A va B mulohazalarning ikkalasi ham yolg'on bo'lganda yolg'on, qolgan barcha holatlarda esa rost bo'ladi. $A \vee B$ yozuvi "A yoki B" deb o'qiladi.

Ba'zi matematik adabiyotlarda A va B mulohazalarning diszyunksiyasi ba'zan A+B bilan belgilanadi va mantiqiy qo'shish deyiladi. "Dizyunksiya" mantiqiy amali uchun rostlik jadvalini keltiramiz:

A	**B**	**A ∨ B**
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Mulohazaning inkori deb, mulohazaning o'zi yolg'on bo'lsa, rost bo'lgan va dastlabki mulohaza rost bo'lsa, yolg'on bo'ladigan mulohazaga aytiladi. A mulohazaning inkori $\urcorner A$ bilan belgilanadi va "A emas" deb o'qiladi.

Mulohazaning inkori rostlik jadvali quyidagicha ifodalanadi:

A	**$\urcorner$A**
1	**0**
0	**1**

A va B mulohazalar berilgan bo'lsin. A va B mulohazalarning implikatsiyasi

$A \Rightarrow B$ bilan belgilanadigan mulohaza bo'lib, A rost va B yolg'on bo'lgandagina yolg'on, boshqa barcha hollarda rost bo'ladi.

$A \Rightarrow B$ uchun rostlik jadvalini quyidagicha:

A	*B*	*$A \Rightarrow B$*
1	*1*	*1*
1	*0*	*0*
0	*1*	*1*
0	*0*	*1*

Shunday qilib, yolg‘ondan yolg‘on yoki rost kelib chiqadi degan mulohaza rost mulohaza hisoblanar ekan. Lekin rostdan yolg‘on kelib chiqadi degan mulohaza yolg‘on mulohaza hisoblanadi.

$A \Rightarrow B$ "agar A bo‘lsa, u holda B bo‘ladi" yoki "A dan B kelib chiqadi" deb o‘qiladi.

A va B mulohazalar berilgan bo‘lsin. A va B mulohazalar ekvivalentligi deb, faqatgina A va B mulohazalardan ikkalasi ham rost yoki A va B mulohazalardan ikkalasi ham yolg‘on bo‘lgandagina rost bo‘ladigan mulohazaga aytiladi. A va B mulohazalarining ekvivalentligi "$A \Leftrightarrow B$" kabi belgilanadi va "A bo‘ladi, faqat va faqat shu holdaki, agar B bo‘lsa" deb o‘qiladi.

$A \Leftrightarrow B$ uchun rostlik jadvali quyidagicha:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Misol 1. Quyidagi mulohazalarning rostlik qiymatini aniqlang:

1) 7 – tub son va 9 – tub son;
2) 7 - tub son va 9 - tub son;
3) agar $2{\cdot}2 > 4$ bo‘lsa, u holda 9 - tub son;
4) $2{\cdot}2 \le 5$ faqat va faqat shu holdaki, agarda 9 – toq son bo‘lsa.

Yechish:

1) “7 – tub son ” – rost mulohaza, “9 – tub son ” – yolg‘on mulohaza. Shuning uchun, ta’rifiga ko‘ra, bu mulohazalarning konyunksiyasi yolg‘on mulohazadir;

2) diszyunksiya ta’rifiga ko‘ra, berilgan mulohaza rost hisoblanadi;

3) “$2{\cdot}2 > 4$” – yolg‘on mulohaza. Shuning uchun, implikatsiya ta’rifiga ko‘ra, bu mulohaza rost hisoblanadi;

4) “$2\cdot 2 \le 5$” - rost mulohaza va “9 – toq son” - rost mulohaza. U holda ekvivalentlikning ta’rifiga ko‘ra, mulohaza rost hisoblanadi.

Misol 2. Quyidagi mulohazalarning qaysi juftligi bir-birini inkor qilishini aniqlang:

1) $2 > 0$, $2 < 0$;
2) $6 < 10$, $6 \geq 10$?

Yechish. 1) $2 > 0$ mulohazaning inkori $\neg(2 > 0)$ mulohazadir. Bu 2 soni 0 dan katta emasligini anglatadi, ya'ni, $2 \leq 0$. Demak, $2 < 0$ mulohaza $2 > 0$ ning inkori emas.
2) $\neg(6 < 10)$ 6 ning 10 dan kichik emasligini bildiradi. Demak, $\neg(6 < 10)$ mulohaza $6 \geq 10$ ga ekvivalentdir. Aksincha, $\neg(6 \geq 10)$ mulohaza $6 < 10$ ni bildiradi. Shuning uchun berilgan mulohazalar bir-birining inkori hisoblanadi.

Rostlik jadvali yordamida mantiqiy qonunlarni isbotlash.

Mulohazalar ustidagi mantiqiy amallar yordamida berilgan mulohazalardan turli xil murakkab mulohazalar qurish mumkin. Bunda amallarni bajarish tartibi qavslar bilan ko'rsatiladi. Masalan, *A*, *B*, *C* mulohazalar va mantiqiy amallar yordamida quyidagi mulohazalarni qurish mumkin:

$$(A \wedge B) \Rightarrow \neg(C \vee B) \text{ yoki } A \Leftrightarrow \neg((B \wedge C) \vee A).$$

Bunday murakkab mulohazalar formulalar deb ataladi.

Formulalarni yozishni soddalashtirish uchun quyidagi kelisuvni kiritish mumkin. Mantiqiy amallar quyidagi tartibda bajariladi: avval inkor, keyin konyunksiya, so'ngra diszyunksiya, so'ng implikatsiya va nihoyat ekvivalentlik bajariladi. Amallarni bajarish tartibiga ko'ra, qo'shimcha qavslar qoldirilishi mumkin. Ushbu kelishuvga asosan oxirgi formulalarni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin

$$A \wedge B \Rightarrow \neg(C \vee B) \text{ yoki } A \Leftrightarrow \neg(B \wedge C \vee A).$$

Formulani tashkil etuvchi mulohazalar elementar formulalar yoki o'zgaruvchan mulohazalar deb ataladi. Ular 0 yoki 1 qiymatlarini qabul qiladilar.

$\mathfrak{I}$ va $\mathfrak{R}$, formulalar o'zgaruvchan mulohazalarning har qanday rostlik qiymatlari to'plami uchun bir xil rostlik qiymatlarini qabul qilsa, ekvivalent deyiladi. Ekvivalentlik «$\mathfrak{I} \equiv \mathfrak{R}$» deb yoziladi.

Misol 3. $\neg\neg A \equiv A$, $A \vee A \equiv A$.

Formulalarning ekvivalentligini isbotlash uchun odatda rostlik jadvallaridan foydalaniladi. Yuqoridagi formulalar uchun rostlik jadvalini keltiramiz:

A	⌉A	⌉⌉A	A ∨A
1	0	1	1
0	1	0	0

O‘zgaruvchan mulohazalarning har qanday rostlik qiymatlari to‘plami uchun "rost" qiymatini oladigan formulalar ayniy rost formulalar yoki mantiqiy qonunlar (tavtologiyalar) deb ataladi.

Misol 4. $A \vee \overline{A}$ - bu formula A o‘zgaruvchi mulohazaning istalgan qiymati uchun "rost" qiymatini qabul qiladi. Haqiqatdan, agar $A = 1$ bo‘lsa, u holda $A \vee \overline{A} = 1 \vee 0 = 1$ bo‘ladi. Agarda $A = 0$ bo‘lsa, u holda $A \vee \overline{A} = 0 \vee 1 = 1$ bo‘ladi.

$A \vee \overline{A}$ formula tavtologiya bo‘ladi.

O‘zgaruvchi mulohazalarning har qanday qiymatlari to‘plami uchun "yolg‘on" qiymatini qabul qiladigan formulalar aynan yolg‘on formulalar deb ataladi.

Misol 5. $A \wedge \overline{A}$ - bu formula A o‘zgaruvchi mulohazaning har qanday rostlik qiymati uchun "yolg‘on" qiymatini qabul qiladi. Haqiqatdan, agar $A = 1$ bo‘lsa, u holda $A \wedge \overline{A} = 1 \wedge 0 = 0$ bo‘ladi. Agarda $A = 0$,bo‘lsa, u holda yana $A \wedge \overline{A} = 0 \wedge 1 = 0$ ni hosil qilamiz.

a) $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$ mantiqiy ko‘paytirish uchun:

A	B	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	⌉A	⌉B	⌉A∨⌉B
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

б) $\overline{A \vee B} =$ ⌉A ∧ ⌉B mantiqiy qo‘shish ucun:

A	B	$A \vee B$	⌉$(A \vee B)$	⌉A	⌉B	⌉A ∧ ⌉B
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

Teskari teorema. Qarama-qarshi teorema. Teskarisini faraz qilish usuli. Inkor. Zaruriy va yetarlilik shartlari. Matematik induksiya metodi.

Berilgan teoremaga teskari tasdiq yoki teskari teorema bu— dastlabki berilgan teorema(to‘g‘ri tasdiq)ning sharti - xulosa, xulosasi esa shart qilib berilgan tasdiqdir.

Teskari teoremaga teskari bo‘lgan teorema dastlabki berilgan(to‘g‘ri) teorema hisoblanadi.Har ikkala o‘zaro teskari teoremaning to‘g‘riligi xulosaning to‘g‘riligi uchun ulardan birortasining shartlarining bajarilishi zarur va yetarli ekanligini anglatadi.

Har bir teorema A=>B implikatsiya shaklida ifodalanishi mumkin, bunda A teoremaning sharti, B natijasi esa teoremaning xulosasidir. U holda B=>A shaklida yozilgan teorema unga teskari hisoblanadi.

Ko‘pincha teskari teoremaning quyidagi umumiy ta’rifi qo‘llaniladi: agar $(A \wedge C) \Rightarrow B$ to‘g‘ri teorema bo‘lsa, u holda nafaqat $B \Rightarrow (A \wedge C)$, balki $(B \wedge A) \Rightarrow C$, $(B \wedge C) \Rightarrow A$ lar ham teskari teoremalar deyiladi.

Agar teoremaning sharti yoki xulosasi murakkab hukmlar bo‘lsa, u holda teskari teorema bir-biriga ekvivalent bo‘lmagan ko‘rinishlarda bo‘ladi. Misol uchun, agar teorema sharti A va xulosasi $Y \Rightarrow Z$ bo‘lsa: $A \Rightarrow (Y \Rightarrow Z)$, u holda teskari teoremaning beshta shakli mavjud:

1. $(Y \Rightarrow Z) \Rightarrow A$
2. $(A \Rightarrow Z) \Rightarrow Y$
3. $Z \Rightarrow (A \wedge Y)$
4. $A \Rightarrow (Z \Rightarrow Y)$
5. $Y \Rightarrow (Z \Rightarrow A)$

Umuman olganda, to‘g‘ri teorema o‘rinli bo‘lsa ham, teskari teorema to‘g‘ri bo‘lmasligi mumkin. Agar teskari tasdiq to‘g‘ri bo‘lsa ham, uning isboti to‘g‘ri teorema isbotiga qaraganda ancha qiyin bo‘lishi mumkin.

To‘g‘ri teorema teskari toremaning qarama-qarshisiga ekvivalentdir:

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$$

Teskari teorema to‘g‘ri teoremaning qarama-qarshisiga ekvivalentdir:

$$(\mathrm{B} \Rightarrow \mathrm{A}) \Leftrightarrow (\bar{\mathrm{A}} \Rightarrow \bar{\mathrm{B}})$$

Masalan, "agar uchburchakning ikkita burchagi teng bo‘lsa, u holda ularning bissektrisalari teng bo‘ladi" va "agar uchburchakning ikkita bissektrisalari teng bo‘lsa, u holda ularga mos keladigan burchaklar teng bo‘ladi" teoremalari — bir-biriga teskari hisoblanadi. Ba’zi bir teoremaning o‘rinliligidan, umuman olganda, unga teskari teoremaning o‘rinliligi kelib chiqmaydi. Masalan, teorema: "agar son 6 ga bo‘linadigan bo‘lsa, u 3 ga bo‘linadi" —o‘rinli, lekin teskari teorema: "agar son 3 ga bo‘linadigan bo‘lsa, u 6 ga bo‘linadi" — o‘rinlimas. Teskari teorema o‘rinli bo‘lsa ham, to‘g‘ri teoremani isbotlashda ishlatiladigan vositalar uni isbotlash uchun yetarli bo‘lmasligi mumkin. Masalan, Yevklid geometriyasida “tekislikdagi umumiy perpendikulyarga ega bo‘lgan ikkita to‘g‘ri chiziq kesishmaydi” teoremasi ham, “tekislikdagi kesishmaydigan ikkita to‘g‘ri chiziq umumiy perpendikulyarga ega” teskari teoremasi ham o‘rinli bo‘ladi.

Qarama-qarshi teorema - bu dastlabki teoremaning sharti va xulosasi ularning inkorlari bilan almashtiriladigan tasdiqdir. Har bir teorema A⇒B implikatsiya sifatida ifodalanishi mumkin, bunda A- teorema sharti, B natijasi esa teoremaning xulosasidir. U holda $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ***ko‘rinishda yozilgan teorema unga qarama-qarshi teorema hisoblanadi. Bu yerda*** $\bar{A}$ ***- A ning inkori,*** $\bar{B}$***- B ning inkori. B xulosasining A⇒B uchun A teorema shartlarining zaruriy va yetarlilik isboti ikkita qarama-qarshi teoremalardan birini (***$A \Rightarrow B$ ***va*** $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$***;*** $B \Rightarrow A$ ***va*** $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$***) yoki ikkita teskari teoremalardan birining (***$A \Rightarrow B$ ***va*** $B \Rightarrow A$***;*** $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ***va*** $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$***) isbotiga keltiriladi.***

Teskarisini faraz qilib, isbotlash: ma’lum bir hukmning "isboti" (isbot tezisi) unga zid bo‘lgan hukmni rad etish orqali amalga oshiriladigan isbot turi - antitezis.

Misol. Maktabda 20 ta sinf mavjud. Bu maktabning 23 nafar o‘quvchisi eng yaqin uylardan birida istiqomat qiladi. Ularning orasida kamida ikkita sinfdosh bo‘lishi kerakligini isbotlang. Ko‘rsatma: Bu yerda biz 23 qo‘shni orasida sinfdoshlar yo‘qligini taxmin qilishimiz va ziddiyatga kelishimiz kerak.

Zaruriy va yetarlilik shartlari - mantiqiy bog‘langan shartlar. Bu shartlar orasidagi farq mantiq va matematikada hukmlarning bog‘lanish turlarini ko‘rsatish uchun ishlatiladi.

Zaruriylik sharti

Agar A=>B implikatsiya rost mulohaza bo‘lsa, u holda B mulohazaning o‘rinliligi A mulohazaning o‘rinliligi uchun zaruriy shart hisoblanadi.

A mulohazasining o‘rinliligi uchun zaruriy shartlar bu shunday shartlarki, ularsiz A o‘rinli bo‘la olmaydi.

P hukmi X hukm uchun zaruriy shart hisoblanadi, agarda (rost) X dan (rost) P kelib chiqsa. Ya’ni, agar P yolg‘on bo‘lsa, u holda X ham yolg‘on bo‘ladi.

Yetarlilik sharti

Agar A=>B implikatsiya mutlaqo rost mulohaza bo‘lsa, A mulohazasining rostligi B mulohazasining rostligi uchun yetarlilik sharti hisoblanadi.

Yetarlilik shartlari shunday shartlarki, ular mavjud bo‘lganda (bajarilganda, rioya qilinganda) B tasdiq rost hisoblanadi.

P hukmi X hukmi uchun yetarlilik sharti hisoblanadi, agar P (rostligi) dan X (rostligi) kelib chiqsa, ya’ni agar P rost bo‘lsa, u holda X ni tekshirish talab etilmaydi.

Zaruriy va yetarlilik sharti

K hukm X hukmi uchun zaruriy va yetarlilik sharti hisoblanadi, agar K X ning ham zaruriy sharti, ham yetarlilik sharti bo‘lsa. Bu holda K va X larni teng kuchli yoki ekvivalent deb ham aytash mumkin va K⇔X kabi belgilash mumkin.

Bu implikatsiya va ekvivalentlik amallarini bog‘laydigan ayniy rost formuladan kelib chiqadi: $(X \Leftrightarrow Y) \Leftrightarrow (X \Rightarrow Y) \wedge (Y \Rightarrow X)$.

Implikatsiya rost bo'lgan holatlarni ko'rib chiqaylik. Darhaqiqat, agar B hukmi A hukmi uchun zaruriy shart bo'lsa, unda implikatsiyaning rost bo'lishi uchun B rost bo'lishiga majbur, shu bilan birga, A hukmi B hukmi uchun yetarlilik shartdi hisoblanadi, ya'ni agar A rost bo'lsa, u holda B rost bo'lishiga majbur bo'ladi.

Shunga o'xshash fikrlashlar teskarisiga ham ishlaydi, agar A hukmi B hukmi uchun zaruriy shart va B hukmi A hukmi uchun yetarlilik sharti bo'lsa.

Rostlik jadvalidan ko'rinib turibdiki, A B uchun zaruriy va yetarlilik sharti bo'lsa, ikkala hukm ham rost bo'lishiga yoki ikkala hukm ham yolg'on bo'lishiga majbur bo'ladi.

Matematik induksiya metodi. Muayyan xulosalardan qandaydir umumiy xulosaga olib keladigan fikrlash usuli induksiya deb ataladi.

Masalan, quyidagi masalani ko'rib chiqamiz: qavariq *n*-burchakning ichki burchaklarining yig'indisini toping. S_n n-burchakning ichki burchaklarining yig'indisi bo'lsin.

U holda

$S_3 = 180^0$, $S_4 = 360^0 = 180^0(4 – 2)$, $S_5 = 540^0 = 180^0\ (5 - 2)$ va h.o.

Ushbu hususiy xulosalardan umumiy xulosa chiqarish mumkin: $S_n = 180^0(n – 2)$.

Keling, yana bir misolni ko'rib chiqaylik. $f(x) = x^2 + x + 41$kvadrat uchhad berilgan bo'lsin. U holda $f(1) = 43$, $f(2) = 47$, $f(3) = 53$. Hosil qilingan qiymatlar- tub sonlar. Bu har qanday natural n uchun $f(n)$ tub son degan noto'g'ri xulosaga olib keladi. Darhaqiqat, agar $n = 41$ bo'lsa, $f(41) = 41^2 + 41 + 41 = 41 \cdot 43$ – murakkab sondir. Bu ikki misoldan ko`rinib turibdiki, bir xil fikrlash usuli birinchi holatda to`g`ri xulosaga, ikkinchi holatda esa noto`g`ri xulosaga olib keladi. Shuning uchun bu fikrlash usuli isbotlash hisoblanmaydi.Ammo bu usul ko'p hollarda gipotezani shakllantirishga yordam beradi, keyinchalik uni boshqa yo'llar bilan isbotlash mumkin. Bunday usul yordamida chiqarilgan xulosa bir nechta aniq xulosalardan olinadi va barcha holatlarni qamrab olmaydi. Shuning uchun bu usul to'liq bo'lmagan induksiya deb ataladi.

Barcha mumkin bo'lgan holatlarni qamrab oladigan fikrlash usuli to'liq induksiya deb ataladi

Ushbu tasdiqni qaraylik: dastlabki k ta toq natural sonlar yig‘indisi k^2 ga teng. Haqiqatan ham, agar

$k = 1$ bo‘lsa, u holda $1 = 1^2$ bo‘ladi;

$k = 2$ bo‘lsa, u holda $1 + 3 = 2^2$ bo‘ladi;

$k = 3$ bo‘lsa, u holda $1 + 3 + 5 = 3^2$ bo‘ladi;

. . . .

Tasdiq $k = 50$ uchun tekshirilgan deb faraz qilaylik. Bu faktdan foydalanib, o‘zimizga savol beraylik: $k = 51$ uchun bizning tasdiqimizning o‘rinliligini tekshirish mumkinmi? Bu mumkin ekan. Haqiqatan ham, $k = 50$ uchun, farazga ko‘ra, quyidagiga egamiz:

$1 + 3 + . . . + (2 \cdot 49 + 1) = 50^2$.

$k = 51$ bo‘lsin. U holda $1 + 3 + ... + (2 \cdot 49 + 1) + (2 \cdot 50 + 1) = 50^2 + 2 \cdot 50 + 1 = (50 + 1)^2 = 51^2$ ga egamiz. Shu tariqa $k = 51, 52, ...$ va h.o., ya’ni barcha natural sonlar uchun tasdiqning to‘g‘riligini isbotlashimiz mumkin.

Ushbu isbotlash usuli matematik induksiya metodi deb ataladigan quyidagi printsipga asoslanadi:

n natural soniga bog‘liq bo‘lgan P(n) tasdiq, agar quyidagi ikkita shart bajarilsa, har qanday n uchun o‘rinli bo‘ladi:

1) n = 1 uchun tasdiq o‘rinli.

2) n = k uchun tasdiqning o‘rinli ekanligidan n = k + 1 uchun ham o‘rinliligi kelib chiqadi

---

Matematik induksiya metodi natural sonlarning aksiomatik nazariyasining aksiomasidir. Ushbu aksiomaga asoslanib, matematik induksiya metodi tuziladi. Matematik induksiya metodi yordamida isbotlash uch bosqichdan iborat:

1 - bosqich. Induksiya bazisi. Tasdiq $n = 1$ uchun o‘rinli ekanligi tekshiriladi.

2 – bosqich. Induksiya farazi. Tasdiq $n = k > 1$ uchun o‘rinli deb faraz qilinadi.

3 –bosqich. Induksiyaning yakuniy bosqichi. Tasdiqning $n = k$ uchun o‘rinliligidan $n = k + 1$ uchun ham o‘rinliligi keltirib chiqariladi.

n natural soniga bog‘liq bo‘lgan ba’zi tasdiqlar qandaydir p natural sonidan boshlab mantiqiy bo‘lishi mumkin va p dan boshlanadigan barcha natural sonlar uchun to‘g‘ri bo‘lishi mumkin. Bunday tasiqlarni ham matematik induksiya metodi orqali isbotlash mumkin. Bunday hollarda ham matematik induksiya metodi uch bosqichdan iborat boʻladi:

1 - bosqich. Induksiya bazisi. Tasdiqning oʻrinli qandaydir p natural son uchun tekshiriladi.

2 – bosqich. Induksiya farazi. Qaralayotgan tasdiq $n = k$, $k>p$ uchun oʻrinli deb faraz qilinadi.

3 –bosqich. Yakuniy bosqichi. Tasdiqning $n = k$ uchun oʻrinliligidan $n = k + 1$ uchun ham oʻrinli ekanligi isbotlanadi.