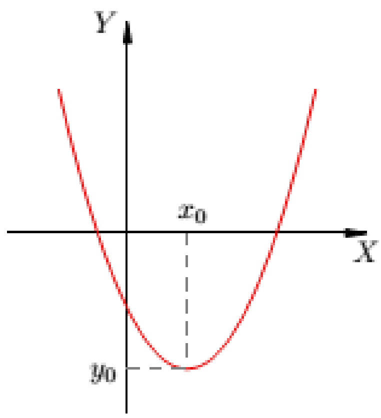
PARAMETRLI KVADRAT TENGLAMALARNI KOORDINATALAR SISTEMASI YORDAMIDA O‘QITISH METODLARI

Shomurodov Nozimbek Anvar o‘g‘li
Email: nozimshoh007@gmail.com
NDKTU assistenti oliy matematika fani o‘qituvchisi.

Bahriddinov Abdug‘affor
NDKTU talabasi

Ushbu maqolada parametrli kvadrat tenglamalarni kvadrat funksiya grafigidan foydalanib yechish boshqa usullarga qaraganda ancha sodda va o‘quvchilar ommasi oson o‘zlashtira oladigan bo‘lishi ko‘rsatib o‘tilgan.

Dastlab, ayrim asosiy tasdiqlarni qarab o‘tamiz. ax^2+bx+c (bunda $a\neq 0$) ifoda kvadrat uchhad; $f(x)=ax^2+bx+c$ (bunda $a\neq 0$) - kvadrat funksiya; uning grafigi esa $y=ax^2$ parabolani parallel ko‘chirish natijasida hosil qilinishi bizga ma’lum. $ax^2+bx+c=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}\cdot x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$ ekanligidan parabola uchining koordinatalari $x_0=-\frac{b}{2a}$, $y_0=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ bo‘ladi. Kvadrat funksiyada $a>0$ (parabola shoxlari yuqoriga yo‘nalgan) va D>0 ($D=b^2-4ac$ - diskriminant) bo‘lsa, kvadrat funksiya grafigining ox o‘qqa nisbatan vaziyati quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:



Ma’lumki, D>0 shartda kvadrat tenglama ikkita haqiqiy ildizga ega bo‘ladi.

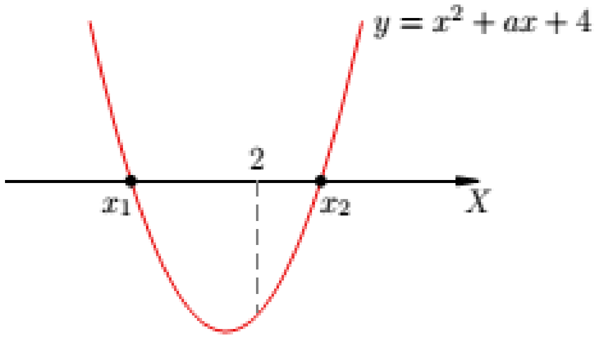
Bizga $f(x)=ax^2+bx+c$ (bunda a >0) kvadrat funksiya berilgan bo‘lsin.

Agar qandaydir t soni uchun $f(t)<0$ tengsizlik o‘rinli bo‘lsa, $ax^2+bx+c=0$ tenglama ikkita turli ildizga ega bo‘ladi.

Tajribamizga tayanib shuni ayta olamizki juda ko‘p hollarda *t* sifatida 0; 1 yoki -1 sonlarini olish mumkin. Endi ba’zi-bir masalalarni qarab o‘tamiz.

1-masala. a parametrning qanday qiymatlarida $x^2+ax+4=0$ tenglama ildizlaridan biri 2 dan kichik, ikkinchisi esa 2 dan katta bo‘ladi.

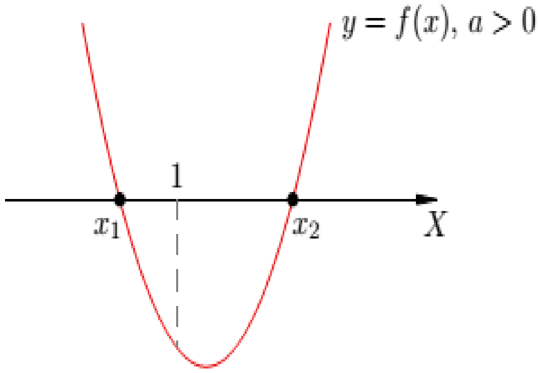
Yechimi: x_1 va x_2 berilgan kvadrat tenglamaning ildizlari bo‘lsin. Masala shartiga mos chizma chizib olamiz.

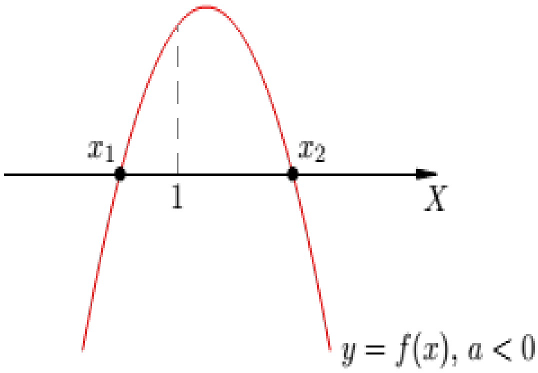


Bu chizmadan ko‘rinib turibdiki $f(2)<0$ bo‘ladi. U holda, $f(2)=4+2a+4<0$ bo‘lib, undan $a<-4$ natijani olamiz.

2-masala. a parametrning qanday qiymatlarida $ax^2+2x+2a+1=0$ tenglama ildizlaridan biri 1 dan kichik, ikkinchisi esa 1 dan katta bo‘ladi.

Yechimi: Masala shartidan $a\neq 0$. Agar a>0 bo‘lsa, parabola shoxlari yuqoriga yo‘nalgan bo‘lib, $f(1)<0$, aksincha a<0 bo‘lsa, $f(1)>0$ bo‘ladi. Bu ikkita hol uchun quyidagi chizmani chizamiz.

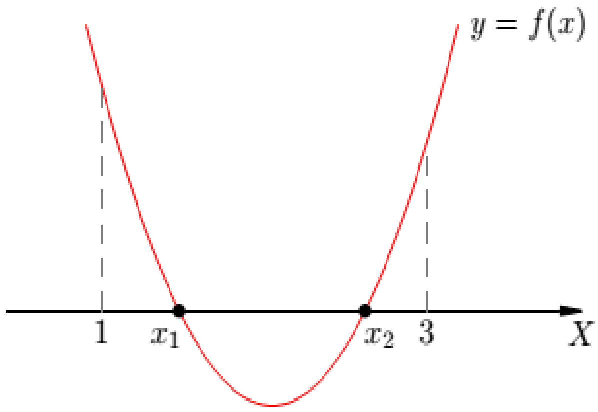




1-holda $a>0$ va $f(1)<0$, 2-holda esa $a<0$ va $f(1)>0$ munosabatlar o‘rinli bo‘lgani uchun ikkala hol uchun umumiy bo‘lgan $a\cdot f(1)<0$ tengsizlikni yoza olamiz. U holda, $a(3a+3)<0 \Leftrightarrow -1<a<0$ natijani olamiz. Demak, javob: $a\in(-1;0)$.

3-masala. a parametrning qanday qiymatlarida $x^2+ax+4=0$ tenglamaning ildizlari (1;3) oraliqda yotadi?

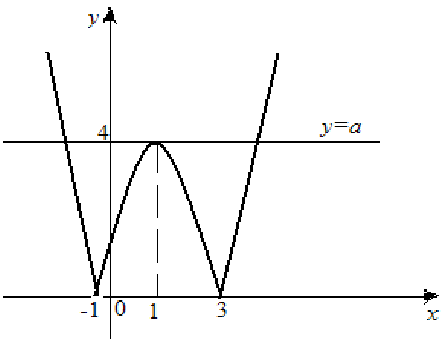
Yechimi: $f(x)=x^2+ax+4$ funksiyani qaraymiz. Masala shartiga mos chizma chizamiz.



Chizmadan ko‘rinib turibdiki, *f*(*x*) kvadrat uchhadning ildizlari 1 va 3 orasida yotibdi, u holda $\begin{cases} D \geq 0 \\ f(1) > 0 \\ f(3) > 0 \\ 1 < x_0 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 16 \geq 0 \\ a + 5 > 0 \\ 3a + 13 > 0 \\ 1 < -\dfrac{a}{2} < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 4 \ \text{yoki} \ a \leq -4 \\ a > -5 \\ a > -\dfrac{13}{3} \\ -6 < a < -2 \end{cases}$ munosabatlar sistemasi o‘rinli bo‘ladi. Bundan $a \in \left(-\dfrac{13}{3}; -4\right]$ ekanini topamiz. Javob: $a \in \left(-\dfrac{13}{3}; -4\right]$

4-masala. *a* parametrning qanday qiymatlarida $\left|x^2 - 2x - 3\right| = a$ tenglama 3 ta haqiqiy ildizga ega bo‘ladi.

Yechimi: Bu tenglamani ham grafik usulda yechishga harakat qilamiz. Dastlab, $\begin{cases} y = \left|x^2 - 2x - 3\right| \\ y = a \end{cases}$ tenglamalar sistemasini tuzib mos chizma chizamiz:



Chizmadan ko‘rinib turibdiki, *a=4* bo‘lgandagina berilgan tenglama uchta haqiqiy yechimga ega bo‘ladi. Javob: *a=4*.