GIPERBOLA, UNING ASIMPTOTA VA URINMALARIGA OID TEOREMALAR

Noriyeva Aziza Jasur qizi
O‘zbekiston Milliy universiteti Jizzax filiali, assistent.
noriyevaaziza@gmail.com

ANNOTATSIYA

Maqolada ikkinchi tartibli chiziqlardan biri giperbola va uning asimptota va urinmalari orasidagi munosabatlar keltirilgan bo‘lib, ushbu munosabatlardan analitik geometriya fanini o‘rganuvchi talaba yoshlar hamda professor-o‘qituvchilar foydalanishlari mumkin.

Kalit so‘zlar: *Giperbola, asimptota, urinma, fokus, masofa.*

THEOREMS ON THE HYPERBOLA, ITS ASYMPTOTES AND PROPERTIES

ABSTRACT

In the article, the relationship between one of the second-order lines, a hyperbola, and its asymptote and intercepts is given, and these relationships can be used by students and professors studying the science of analytical geometry.

Keywords: *Hyperbola, asymptote, attempt, focus, distance.*

KIRISH

Ma’lumki, giperbolaning kanonik tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

bu yerda a, b haqiqiy va mavhum yarim o‘qlar uzunliklari. $a=b$ holda giperbola teng tomonli deyiladi. Giperbolaning haqiqiy o‘q bilan kesishish nuqtalari giperbolaning uchlari deyiladi. $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ nuqtalar giperbolaning fokuslari deyiladi. Bu yerda $c=\sqrt{a^2+b^2}$. $e=\frac{c}{a}>1$ son giperbolaning ekssentrisiteti deyiladi. [1]

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Giperbolaning chap shoxchasidagi ixtoyoriy $M(x,y)$ nuqta va uning $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ fokuslarigacha masofalari r_1, r_2 bo‘lsa, u holda:

$$r_1 = -a - ex,\ r_2 = +a - ex\ \ (x \leq -a)$$

$M(x,y)$ nuqta giperbolaning o‘ng shoxchasida joylashgan bo‘lsa, uning $F_1(-c;0), F_2(c;0)$ fokuslarigacha masofalari:

$$r_1 = a + ex,\ r_2 = -a + ex\ \ (x \geq a)$$

bo‘ladi.[1], [2], [3]

NATIJA

Teorema. Giperboladagi ixtiyoriy M nuqtadan F fokusgacha bo‘lgan masofa, shu nuqta orqali asimptotaga parallel ravishda o‘tkazilgan to‘g‘ri chiziqning M nuqta va F fokusga mos direktrisa bilan chegaralangan kesmasiga teng. [1]

Isbot. $M(x_0, y_0)$ nuqtadan $F(c;0)$ fokusgacha bo‘lgan masofa

$$MF = \sqrt{(x_0 - c)^2 + {y_0}^2}$$

ga teng bo‘ladi. $M(x_0, y_0)$ nuqtadan o‘tuvchi $y = \frac{b}{a}x$ asimptotaga parallel to‘g‘ri chiziq tenglamasini yozamiz:

$$l: y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0)$$

Endi $x = \frac{a^2}{c}$ direktrisa bilan l chiziqning keshish N nuqtasining koordinatalarini aniqlaymiz:

$$N(\frac{a^2}{c}; \frac{b}{a}\left(\frac{a^2}{c} - x_0\right) + y_0)$$

U holda MN masofa quyidagiga teng bo‘ladi:

$$MN=\sqrt{\left(x_0-\frac{a^2}{c}\right)^2+\left(y_0-\frac{b}{a}\left(\frac{a^2}{c}-x_0\right)-y_0\right)^2}=$$

$$=\sqrt{{x_0}^2-\frac{2a^2x_0}{c}+\frac{a^4}{c^2}+\frac{b^2}{a^2}\left(\frac{a^2}{c}-x_0\right)^2}=$$

$$=\sqrt{{x_0}^2-\frac{2a^2x_0}{c}+\frac{a^4}{c^2}+\frac{b^2}{a^2}\left(\frac{a^4}{c^2}-2\frac{a^2x_0}{c}+{x_0}^2\right)}=$$

$$=\sqrt{{x_0}^2-\frac{2a^2x_0}{c}+\frac{a^4}{c^2}+\frac{a^2b^2}{c^2}-\frac{2b^2x_0}{c}+\frac{b^2{x_0}^2}{a^2}}=$$

$$=\sqrt{{x_0}^2-\frac{2(a^2+b^2)x_0}{c}+a^2+\frac{b^2{x_0}^2}{a^2}}=$$

$$=\sqrt{{x_0}^2-2cx_0+c^2-c^2+a^2+\frac{b^2{x_0}^2}{a^2}}==\sqrt{(x_0-c)^2+\frac{b^2{x_0}^2}{a^2}-b^2}$$

$$=\sqrt{(x_0-c)^2+{y_0}^2}=MF$$

Demak, $MF=MN$.

Teorema. Giperbolaga o‘tkazilgan urinmaning urinish nuqtasi, bu urinmaning asimptotalardan ajratgan (markazdan hisoblaganda) kesmalari ko‘paytmasi fokuslar oralig‘idagi masofa yarmining kvadratiga teng. [1]

Isbot. Giperbolaning ixtiyoriy $M_0(x_0,y_0)$ nuqtasiga o‘tkazilgan urinma tenglamasi

$$\frac{xx_0}{a^2}-\frac{yy_0}{b^2}=1$$

bilan asimptota tenglamalari

$$y=\pm\frac{b}{a}x$$

ni birgalikda yechib, kesishish nuqtalari N,P ning koordinatalarini topamiz:

$$\begin{cases}\dfrac{xx_0}{a^2}-\dfrac{yy_0}{b^2}=1\\ y=\pm\dfrac{b}{a}x\end{cases}\Rightarrow\quad \frac{xx_0}{a^2}-\frac{\pm\frac{b}{a}xy_0}{b^2}=1\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x\left(\frac{x_0}{a^2} \mp \frac{\frac{b}{a}xy_0}{b^2}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{a^2b}{bx_0 \mp ay_0} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{b}{a} \cdot \frac{a^2b}{bx_0 - ay_0} = \frac{ab^2}{bx_0 - ay_0}$$

$$y_2 = -\frac{b}{a} \cdot \frac{a^2b}{bx_0 + ay_0} = -\frac{ab^2}{bx_0 + ay_0}$$

Demak,

$$N\left(\frac{a^2b}{bx_0 - ay_0}; \frac{ab^2}{bx_0 - ay_0}\right), P\left(\frac{a^2b}{bx_0 + ay_0}; -\frac{ab^2}{bx_0 + ay_0}\right)$$

Koordinata boshidan ushbu nuqtalargacha bo‘lgan masofalar

$$ON = \frac{abc}{|bx_0 - ay_0|}, \quad OP = \frac{abc}{|bx_0 + ay_0|}$$

ning ko‘paytmasi

$$ON \cdot OP = \frac{a^2b^2c^2}{b^2x_0^2 - a^2y_0^2} = \frac{c^2}{\frac{x_0{}^2}{a^2} - \frac{y_0{}^2}{b^2}} = c^2$$

ga teng. Teorema isbotlandi.

XULOSA

Tekislikdagi ikkinchi tartibli chiziqlarning ayrim xossalari analitik geometriya masalalar to‘plamida masala ko‘rinishi berilib, bu o‘rganuvchi talaba yoshlarga bir muncha qiyinchiliklarni tug‘dirishi mumkin. Yuqoridagi teoremalar analitik geometriya fanini mustaqil mukammal o‘rganishni istagan talaba yoshlar uchun hamda, dars jarayonida foydalanishi uchun professor-o‘qituvchilarga as qotadi.

ADABIYOTLAR

1. S.V.Baxvalov, P.S.Modenov, A.S.Parxomenko. Analitik goemetriyadan masalalar to‘plami. Toshkent.2005.
2. Noriyeva A. O‘‘ QUVCHILARNING KREATIVLIK QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISHDA NOSTANDART MISOL VA MASALALARNING AHAMIYATI //Журнал математики и информатики. – 2022. – Т. 2. – №. 1.
3. Meliyeva Mohira Zafar qizi, & Noriyeva Aziza. (2023). KO‘PHADLARNI HOSILA YORDAMIDA KO‘PAYTUVCHILARGA AJRATISH . *ОБРАЗОВАНИЕ НАУКА И ИННОВАЦИОННЫЕ ИДЕИ В МИРЕ*, *20*(3), 117–120. Retrieved from http://newjournal.org/index.php/01/article/view/5708

4. Нориева А. Koshi tengsizligi va uning qiziqarli masalalarga tadbiqlari //Современные инновационные исследования актуальные проблемы и развитие тенденции: решения и перспективы. – 2022. – Т. 1. – №. 1. – С. 361-364.

5. Рабимкул А., Иброҳимов Ж. Б. ў., Пўлатов, БС and Нориева, АЖ қ. 2023. АРГУМЕНТЛАРНИ ГУРУҲЛАРГА АЖРАТИБ БАҲОЛАШ УСУЛИДА КЎП ПАРАМЕТРЛИ НОЧИЗИҚЛИ РЕГРЕССИЯ ТЕНГЛАМАЛАРИНИ ҚУРИШ МАСАЛАЛАРИ //Educational Research in Universal Sciences. – 2023. – Т. 2. – №. 2. – С. 174-178.

6. Abdunazarov R. Issues of effective organization of practical classes and clubs in mathematics in technical universities. Mental Enlightenment Scientific-Methodological Journal. Current Issue: Volume 2022, Issue 3 (2022) Articles.

7. Абдуназаров Р. О. численной решение обратной спектральной задачи для оператора Дирака //Журнал “Вопросы вычислительной и прикладной математики. – №. 95. – С. 10-20.

8. Отакулов С., Мусаев А. О. Применение свойства квазидифференцируемости функций типа минимума и максимума к задаче негладкой оптимизации //Colloquium-journal. – Голопристанський міськрайонний центр зайнятості, 2020. – №. 12 (64). – С. 48-53.

9. Мусаева А. О. Зарубежная система финансирования образовательных учреждений //Наука и новые технологии. – 2011. – №. 10. – С. 75-81.

10. Мусаев А. О. Интеграция образовательных систем России и Дагестана XIX века //Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. – 2010. – №. 3. – С. 21-24.