RAQAMLI USULLAR ASOSIDA GAZ DINAMIKASI TENGLAMASINING DIFFERENSIAL SXEMALARINI QURISH

Atadjanov X.L. [1], **Auezova R.K.** [2], **Pirjanov N.B.** [2]
[1] *Qoraqalpoq tabiiy fanlar ilmiy-tadqiqot instituti,* [2]*Qoraqalpoq davlat universiteti*

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada gaz dinamikasi tenglamalarini taxminiy hisoblash uchun raqamli usullardan foydalanish ko'rib chiqiladi. Unda chekli ayirma usuli, chekli hajm usuli va chekli elementlar usuli tasvirlangan va ularni gaz dinamikasi tenglamalariga qanday qo'llash mumkinligiga misollar keltirilgan.

Kalit so'zlar: *gaz dinamikasi, sonli usullar, chekli ayirmalilar usuli, chekli hajmlar usuli, chekli elementlar usuli.*

ANNOTATION

This article discusses the use of numerical methods to approximate the equations of gas dynamics. It describes the finite difference method, finite volume method and finite element method, and provides examples of how they can be applied to the equations of gas dynamics.

Gaz dinamikasi – suyuqliklar mexanikasining gazlar harakati bilan shug'ullanadigan bo'limi. Gaz dinamikasi tenglamalari gazning harakatini tavsiflovchi PDElar to'plamidir. Ushbu tenglamalar chiziqli bo'lmagan va analitik tarzda echish qiyin bo'lishi mumkin. Biroq, raqamli usullar bu tenglamalarni yuqori aniqlik bilan echish yo'lini beradi. Raqamli usullar gaz dinamikasi masalalarini simulyatsiya qilishda keng qo'llaniladi va turli sharoitlarda gazlarning harakatini tushunish uchun muhim vositadir.

Chekli ayirmali usuli

Cheklangan ayirmali usuli - bu PDElarni echish uchun ishlatiladigan mashhur raqamli usul. U fazo va vaqtning diskret nuqtalarida eritma hosilalarini yaqinlashtirish g'oyasiga asoslanadi. Cheklangan ayirma usuli gaz dinamikasi tenglamalariga sohani fazoda va vaqtda diskretlash va shu diskret nuqtalarda eritma hosilalarini yaqinlashtirish orqali qo'llanilishi mumkin.

Cheklangan ayirma usuli gaz dinamikasining Eyler tenglamalariga qo'llanilishi mumkin, ular quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i)=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j+p\delta_{ij})=0$$

Bu erda ρ - zichlik, u_i - tezlik, p - bosim, δ_{ij} - Kronecker deltasi va i, $j = 1, 2, 3$.

Fazo va vaqtning diskret nuqtalarida hosilalarni yaqinlashtirish uchun chekli farq usulidan foydalanish mumkin. Masalan, birinchi tenglamani to‘g‘ridan-to‘g‘ri farq usuli yordamida quyidagicha taxmin qilish mumkin:

$$\frac{\rho^{n+1}i,j,k-\rho^{n}i,j,k}{\Delta t}+\frac{\rho^{n}i,j,ku^{n}i,j,k-\rho^{n}i-1,j,ku^{n}i-1,j,k}{\Delta x}=0$$

bu yerda $\rho^n_{i,j,k}$ vaqt bosqichidagi zichlik n va joylashuv (i,j,k) va Δt, Δx mos ravishda vaqt va makon bosqichlari.

Cheklangan hajm usuli - bu PDElarni hal qilish uchun ishlatiladigan yana bir mashhur raqamli usul. U domenni kichik nazorat hajmlariga bo‘lish va bu nazorat hajmlarining markazlarida yechimni yaqinlashtirish g‘oyasiga asoslanadi. Cheklangan hajm usulini gazdinamika tenglamalariga domenni kichik nazorat hajmlariga bo‘lish va bu nazorat hajmlarining markazlaridagi yechimni yaqinlashtirish orqali qo‘llash mumkin.

Cheklangan hajm usuli gaz dinamikasi tenglamalarini quyidagicha taxmin qilish uchun ishlatilishi mumkin:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i)=0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j+p\delta_{ij})=0$$

bu yerda ρ - zichlik, u_i - tezlik, p - bosim va i, $j = 1, 2, 3$.

Cheklangan hajm usulini nazorat hajmlarining markazlaridagi hosilalarni taxmin qilish uchun foydalanish mumkin. Masalan, birinchi tenglamani quyidagicha taxmin qilish mumkin:

$$\frac{\rho^{n+1}i,j,k-\rho^{n}i,j,k}{\Delta t}+\frac{\rho^{n}i,j,ku^{n}i,j,k\Delta V_{i,j,k}-\rho^{n}i-1,j,ku^{n}i-1,j,k\Delta V_{i-1,j,k}}{\Delta x}=0$$

bu yerda $\rho^n i,j,k$ vaqt bosqichidagi zichlik n va joylashuv (i,j,k), $\Delta Vi,j,k$ (i,j,k) joylashuvidagi nazorat hajmining hajmi va Δt, Δx mos ravishda vaqt va makon bosqichlari.

Cheklangan elementlar usuli - bu PDE yechimini bazis funktsiyalarining chiziqli birikmasi orqali yaqinlashtirish g‘oyasiga asoslangan raqamli usul. Cheklangan elementlar usulini gaz dinamikasi tenglamalariga bazis funksiyalarining chiziqli birikmasi orqali tenglamalar yechimini yaqinlashtirish orqali qo‘llash mumkin.

Cheklangan elementlar usulidan gaz dinamikasi tenglamalarini quyidagicha taxmin qilish mumkin:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j + p\delta_{ij}) = 0$$

bu yerda ρ - zichlik, u_i - tezlik, p - bosim va i, j = 1, 2, 3.

Bazis funksiyalarining chiziqli birikmasi orqali yechimning hosilalarini yaqinlashtirish uchun chekli elementlar usulidan foydalanish mumkin. Masalan, birinchi tenglamani quyidagicha taxmin qilish mumkin:

$$\frac{\rho^{n+1}i, j, k - \rho^n i, j, k}{\Delta t} + \frac{\sum_{q=1}^{n} \rho^n q u^n q \frac{\partial N_{i,j,k}}{\partial x}}{\Delta x} = 0$$

bu yerda $\rho^n_{i,j,k}$ vaqt bosqichidagi zichlik n va joylashuv (i, j, k), $N_{i,j,k}$ (i, j, k) manzilidagi bazis funksiyasi va Δt, Δx mos ravishda vaqt va makon qadamlaridir.

Xulosa qilib aytadigan bo‘lsak, chekli farq va chekli hajm usullari ikkalasi ham sonli usullar bo‘lib, ular gaz dinamikasi tenglamalarini taxmin qilish uchun ishlatilishi mumkin. Ularning ikkalasi ham domenni kichik nazorat hajmlariga bo‘lish va ushbu nazorat hajmlarining markazlarida yechimni yaqinlashtirishni o‘z ichiga oladi. Cheklangan elementlar usuli gaz dinamikasi tenglamalarini yaqinlashtirish uchun ishlatilishi mumkin bo‘lgan yana bir raqamli usul bo‘lib, lekin u yechimni bazis funktsiyalarining chiziqli birikmasi orqali yaqinlashtirish g‘oyasiga asoslanadi.

ADABIYOTLAR

1. Anderson, J.D., "Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications," McGraw-Hill, 1995.
2. LeVeque, R.J., "Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems," Cambridge University Press, 2002.
3. Zienkiewicz, O.C., and Taylor, R.L., "The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals," Butterworth-Heinemann, 2000.